

Сумський державний університет

На правах рукопису

Зубахін Олексій Миколайович

УДК 621.67-762

**ВИКОРИСТАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ЕФЕКТІВ У
ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕННЯХ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ
ТЕХНІЧНОГО РІВНЯ ВІДЦЕНТРОВИХ НАСОСІВ**

Спеціальність 05.05.17 – Гідравлічні машини та гідропневмоагрегати

Дисертація на здобуття наукового ступеня

кандидата технічних наук

Науковий керівник:

Гулий Олександр Миколайович

канд. техн. наук, доц.

Суми – 2011

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень	4
Вступ	6
Розділ 1. Аналітичний огляд літератури. Постановка науково-практичної задачі, визначення шляхів її розв’язання.....	14
1.1. Область досліджень. Визначення впливу гідродинамічних сил на вібраційні характеристики ротору	15
1.2. Постановка науково-практичної задачі. Основні етапи та шляхи розв’язання поставленої науково-практичної задачі.....	30
1.3. Висновки.....	33
Розділ 2. Методика визначення гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях	35
2.1. Математична модель течії рідини в шпаринних ущільненнях	35
2.2. Розподілення середньої окружної швидкості потоку по довжині зазору	44
2.3. Розподіл тиску в зазорі.....	47
2.4. Визначення осьової швидкості в каналі ущільнення	62
2.5. Визначення радіальних сил в шпарині циліндричного зазору	66
2.6. Висновки.....	82
Розділ 3. Моделювання та експериментальні дослідження гідродинамічних ефектів в шпаринних ущільненнях.....	84
3.1. Чисельне моделювання течії рідини в циліндричній шпарині ущільнення	86
3.1.1. Засоби та методика проведення експерименту	86
3.1.2. Дослідження особливостей робочого процесу проміжного ступеня відцентрового насоса	90
3.2. Методика оцінювання динамічних параметрів ущільнень	101
3.2.1. Динаміка ротора експериментального насоса	102

3.2.2. Передаточна функція ротора у шпаринному ущільненні експериментального насоса.....	104
3.2.3. Ідентифікація передаточної функції	106
3.2.4. Оцінювання динамічних параметрів ущільнень вимушених коливань ротора відцентрового насоса.....	110
3.3. Експериментальна установка та методика проведення експерименту	112
3.3.1. Експериментальна установка для динамічних досліджень ротора відцентрового насоса	112
3.3.2. Автоматизація збору результатів дослідження	116
3.4. Експериментальні дослідження динамічних параметрів ротора відцентрового насосу	119
3.5. Висновки	123
Розділ 4. Методика розрахунку ротора відцентрового насоса на радіальні згібні коливання.....	125
4.1. Аналіз згібних коливань	125
4.2. Методика розрахунку ротора відцентрового насоса	128
4.3. Методика розрахунку гідродинамічних параметрів шпаринних ущільнень відцентрових насосів	131
4.4. Оцінка показників технічного рівня відцентрового насоса	133
4.5. Висновки	139
Висновки	140
Додаток А	143
Література.....	147

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

b	– коефіцієнт, що враховує силу демпфування, Нс/м;
e	– ексцентриситет кільцевого каналу, м;
F_p	– радіальна сила в кільцевому каналі, обумовлена напірною течією, Н;
F_d	– радіальна сила в кільцевому каналі, обумовлена силою потоку витискання, Н;
F_q	– радіальна сила в кільцевому каналі, обумовлена інерцією рідини, Н;
f_p	– одинична радіальна сила в кільцевому каналі, обумовлена напірною течією, Н/м;
f_d	– одинична радіальна сила в кільцевому каналі, обумовлена силою потоку витискання, Н/м;
f_q	– одинична радіальна сила в кільцевому каналі, обумовлена інерцією рідини, Н/м;
g	– коефіцієнт, що враховує гіроскопічну силу;
H	– середній зазор в кільцевому каналі, м;
h	– зазор у довільному перерізі шпарини, м;
\bar{h}	– безрозмірний зазор у довільному перерізі;
k_s	– коефіцієнт гідростатичної жорсткості, Н/м;
l	– довжина дроселюючого каналу, м;
m_*	– “приєднана” маса рідини, кг;
y_*	– безрозмірний зазор в перерізі шпарини при $z=0$;
z	– осьова координата кільцевого каналу, м;
\bar{z}	– безрозмірна осьова координата кільцевого каналу;
α	– показник конусності шпарини;

- ε – відносний ексцентриситет кільцевого каналу;
- ζ_{11}, ζ_{12} – коефіцієнти місцевих гідравлічних втрат в шпаринному ущільненні на вході й на виході відповідно;
- θ_0 – параметр конусності втулки кільцевого каналу;
- $\theta_{x,y}$ – параметр перекосу вісі вала;
- ϑ – відносна конусність кільцевого каналу;
- ϑ_* – кут конусності втулки кільцевого каналу, рад;
- μ – динамічний коефіцієнт в'язкості, Па·с;
- ρ – густина рідини, кг/м³;
- Ω – частота прецесії вала, с⁻¹;
- ω – частота обертання ротора, с⁻¹.

ВСТУП

Актуальність теми. Інтенсивний розвиток машинобудівного комплексу України в умовах зростаючої конкуренції потребує створення принципово нових машин та технологічних процесів. Оскільки значна їх частина використовує відцентрові насоси, постійно існує потреба в підвищенні енергетичних параметрів, масогабаритних характеристик, надійності та ресурсу останніх. При цьому на перший план виходять проблеми вібрації їх роторів, які обмежують досяжну кількість ступенів та частоту обертання валу, таким чином зменшуючи не тільки питому енергоємність та досяжні напори насосів, але в деяких випадках і ККД, так як не дозволяють конструктивно забезпечити близький до оптимальних значень коефіцієнт η_s .

Динамічні характеристики роторів швидкохідних машин, головним чином, визначаються діючими в зазорах проточної частини безконтактних ущільнень гідродинамічними силами, які, в залежності від конструкції і умов роботи ущільнюючих вузлів, можуть стабілізувати його динаміку та зменшувати віброактивність, або навпаки, викликати втрату динамічної стійкості і руйнуючі для машини автоколивання ротора.

Накопичений на даний момент об'єм теоретичних і експериментальних досліджень впливу безконтактних ущільнень на вібраційний стан ротора недостатній для вирішення практичних задач динамічних розрахунків та проектування високооберткових відцентрових машин. З усіх складових

радіальних гідродинамічних зусиль достатньо дослідженими можна вважати лише пружні зусилля в ущільненнях з гладкою шпариною, на даних про які базуються сучасні динамічні розрахунки роторів відцентрових насосів, суть яких полягає в запобіганні збігу частоти обертання ротора з власними частотами його поперечних коливань. Розрахунки згідно існуючих методик призводять до вибору валів з надмірною жорсткістю, що призводить до заниження технічного рівня проєктованих машин.

Більш досконалий підхід до досліджень вібраційного стану відцентрових насосів має ґрунтуватись на прямих розрахунках рівнів вібрацій або параметрів прецесії ротора, але для цього потрібні достовірні дані, в першу чергу, про демпфуючі гідродинамічні зусилля в проточних частинах шпаринних ущільнень. Існуючі на цей час відомості по розрахунку таких зусиль в різних джерелах суттєво розрізняються і не підтверджені достатньо надійним експериментом. Крім того, усі відомі аналітичні та чисельні методики розрахунку не повністю або зовсім не враховують гідродинамічні явища на вході в ущільнюючу шпарину та на виході з неї.

Викладене вище обумовлює актуальність вибраної теми дисертаційної роботи, спрямованої на вирішення важливої науково-практичної задачі – підвищення технічного рівня відцентрових насосів шляхом використання гідродинамічних ефектів у шпаринних ущільненнях та дослідження робочих процесів у них.

Зв'язок програми з науковими темами. Робота виконувалась згідно з планом науково-дослідних робіт кафедри прикладної гідроаеромеханіки

Сумського державного університету відповідно до науково-технічної програми Міністерства освіти і науки України та реалізована при виконанні науково-дослідної роботи: «Дослідження нетрадиційних шляхів перетворення енергії в рідинах і газах та створення на їх основі прогресивного обладнання для гідропневмосистем» (№ держреєстрації 0106U001935), а також в рамках госпдоговірної роботи (замовник Науково-виробниче підприємство «Насостехкомплект»): «Розробка техно-робочого проекту насоса ЕДН-5Ф-1000-400 з частотою обертання 6000 об/хв». Здобувач брав у них безпосередню участь як виконавець.

Мета дослідження: підвищення технічного рівня відцентрових насосів за рахунок зниження віброактивності ротора шляхом вибору раціональних конструктивних параметрів шпаринних ущільнень проточної частини.

Основні задачі дослідження:

- вдосконалити математичну модель робочого процесу шпаринних ущільнень відцентрових насосів;
- встановити взаємозв'язок між конструктивними параметрами шпаринних ущільнень і динамічними характеристиками ротора відцентрового насоса;
- визначити закономірності та особливості робочого процесу у відцентровому насосі, в тому числі і при збіганні власних частот ротора з частотою обертання;

– на основі експериментальних досліджень довести адекватність вдосконаленої математичної моделі шпаринного ущільнення відцентрового насоса;

– сформулювати практичні рекомендації щодо раціонального проектування відцентрового насоса з урахуванням гідродинамічних ефектів у шпаринних ущільненнях.

Об’єкт дослідження – гідродинамічні процеси в системі ротор - шпаринне ущільнення відцентрового насоса.

Предмет дослідження – характеристики робочого процесу в безконтактних ущільненнях та динамічні характеристики ротора високообертового відцентрового насоса.

Методи дослідження. Основними методами досліджень були: методи механіки рідини і газу, за допомогою яких вирішені рівняння турбулентної течії рідини в короткій кільцевій шпарині, що дозволило отримати аналітичні вирази для розрахунку динамічних параметрів шпаринних ущільнень проточної частини відцентрового насоса; методи чисельного моделювання, які дозволили розширити діапазон розрахунку геометричних параметрів шпаринних ущільнень та отримати поправні коефіцієнти, що враховують вплив геометричних параметрів ущільнення на гідродинамічні сили в кільцевій шпарині. Під час експериментальних досліджень, які проводились у лабораторії кафедри прикладної гідроаеромеханіки Сумського державного університету (м. Суми) на стенді випробувань перспективного насоса, який працює при

критичній частоті обертання, використовувалися основні положення теорії експериментів і теорії похибок та математичної статистики для обробки експериментальних даних.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому що:

– вперше отримані уточнені аналітичні залежності для демпфуючих, циркуляційних та інерційних сил в циліндричних і конічних шпаринах з перекосом осей, які, на відміну від відомих, враховують втрати напорів на вході і відновлення швидкісного напорів на виході зі шпарини та дають змогу визначити параметри для різних значень вхідної крутки на вході в ущільнення, що дозволяє аналітично визначити параметри гідродинамічних характеристик шпаринних ущільнень відцентрових насосів та підвищує точність математичних моделей робочого процесу;

– теоретично й експериментально доведена можливість роботи відцентрового насоса при умові збігання частоти обертання із власною частотою коливань, що дозволило розширити область використання насоса та підвищити його технічний рівень;

– на підставі аналізу робочого процесу в шпаринних ущільненнях запропоновано його нову розрахункову схему, що дозволило визначити вплив конструктивних параметрів ущільнень на динамічні характеристики насоса;

– вперше отримано аналітичні залежності поправного коефіцієнта, який враховує відношення довжини шпаринного ущільнення до його зазору, та уточнено залежності поправного коефіцієнта Блека, який враховує відношення довжини шпаринного ущільнення до його діаметра;

– встановлено вплив сил демпфування на динамічні параметри ротора відцентрового насоса.

Практичне значення для машинобудування полягає у створенні методик і алгоритмів розрахунку системи ротор - шпаринне ущільнення відцентрового насоса, які становлять нову базу для проектування відцентрових насосів та аналізу їх робочих та вібраційних характеристик. Дано теоретичне обґрунтування можливості стабільної роботи динамічних насосів при умові збігання частоти обертання з власною частотою коливань ротора, що значно розширює діапазон робочих частот обертання ротора. Результати досліджень у вигляді розроблених методик і алгоритмів проектування відцентрових насосів впроваджено на ВАТ «Сумський завод «Насосенергомаш», НВП «Насостехкомплект», ТОВ «Харківмаш» та в навчальний процес кафедри прикладної гідроаеромеханіки СумДУ.

Особистий внесок здобувача. Основні наукові положення та практичні результати роботи, які виносяться на захист, отримані особисто автором. Формулювання задачі і завдань досліджень здійснювалися разом з науковим керівником. Дві роботи опубліковано одноосібно.

В роботі [88] здобувач брав участь у розробках математичної моделі розрахунку динамічних параметрів ротора, дослідженнях, аналізі результатів і формулюванні висновків; в роботі [86] здобувач брав участь у розрахункових дослідженнях коефіцієнта відновлення напору на виході з ущільнення і формулюванні висновків; в роботі [87] здобувач брав участь у розробці

методики розрахунку динамічних характеристик роторів відцентрових насосів, дослідженнях, аналізі результатів і формулюванні висновків; в роботі [88] здобувачем запропоновано аналітичні вирази гідродинамічних параметрів шпаринних ущільнень відцентрового насоса; в роботі [89], [90] здобувач брав участь у постановці задачі, розрахункових дослідженнях поправок для визначення коефіцієнта демпфування і формулюванні висновків.

Апробація результатів роботи. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на:

- XI – XIV Міжнародних науково-технічних конференціях «Гідроаеромеханіка в інженерній практиці» (м. Київ, 2006 р., 2008 р., м. Луганськ, 2007 р., м. Чернівці, 2009 р.);
- VIII - XI науково-технічних конференціях «Промислова гідравліка і пневматика» (м. Мелітополь, 2007 р., м. Львів, 2009 р.);
- Міжнародній науково-технічній конференції «Удосконалювання турбоустановок методами математичного і фізичного моделювання» (м. Харків, 2006 р.);
- на науково-технічних конференціях викладачів, співробітників, аспірантів та студентів СумДУ (2006 - 2010 рр.).

У повному об'ємі дисертаційна робота доповідалась на пленарному засіданні XI Міжнародної науково-технічної конференції Асоціації фахівців промислової гідравліки і пневматики (м. Мелітополь, 2010 р.).

Публікації. Матеріали дисертаційної роботи відображено в 6 статтях у фахових виданнях, затверджених переліком ВАК України. Матеріали дисертаційної роботи використовувались у звітах по НДР.

Структура та обсяг дисертаційної роботи. Робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних літературних джерел і додатків. Повний обсяг дисертації складає 164 сторінок. Дисертаційна робота містить 25 рисунків, з яких 1 рисунок на окремій сторінці, 1 таблиця по тексту, 1 додаток на 4 сторінках, список використаних літературних джерел із 146 найменувань на 16 сторінках.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ. ПОСТАНОВКА НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ ЗАДАЧІ, ВИЗНАЧЕННЯ ШЛЯХІВ ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ.

Шпаринні ущільнення завдяки простоті та надійності отримали широке розповсюдження в гідромашинобудуванні. Їх принцип дії оснований на дроселюванні робочого середовища через кільцеві канали шириною порядку 0,1-0,3 мм, утворені елементами ротора що обертається і нерухомого статора та яким притаманний високий гідравлічний опір. Із-за наявності гарантованого зазору між ущільнюючими поверхнями такі ущільнення працюють з постійною витратою, але майже завжди без спрацювання. Шпаринні ущільнення найбільш часто використовують в якості передніх і задніх ущільнень робочих коліс відцентрових насосів, компресорів, а також других роторних гідромашин. Широко використовують їх також в якості міжступінних ущільнень, в пристроях, що понижують тиск перед кінцевим ущільненням вала, в самих кінцевих ущільненнях, в гідрозатворах, розвантажуючих пристроях тощо.

Для підвищення гідравлічного опору таких ущільнень на їх поверхнях виконують кільцеві канавки різноманітних форм. Ущільнення з такими канавками, які різко змінюють прохідний переріз каналу, називають лабіринтними. Збільшення їх гідравлічного опору порівняно з гладкими шпаринами досягається за рахунок втрат тиску на почергове раптове звуження і розширення потоку рідини. Часто з метою підвищення гідравлічного опору

застосовують багатошпаринні ущільнення. Шпаринні ущільнення надійно працюють на рідинах і газах при перепадах тиску до 100 МПа і більше, та гранично високих швидкостях ковзання і практично без обмеження по температурі [70].

Основною особливістю шпаринних ущільнень є те, що вони являють собою повноохоплюючі малонагружені гібридні підшипники ковзання і мають значний вплив на вібраційний стан ротора [112]. Слід зазначити, що гідродинамічні сили в повноохоплюючих підшипниках визначаються частотою обертання ротора і визивають втрату його динамічної стійкості. Гідростатичні сили визначаються осьовим перепадом тиску та істотно впливають на критичні частоти ротора. Гідродинамічні процеси, що відбуваються в ущільненнях подібні до процесів гідродинамічної теорії змащення, однак вони мають ряд тільки їй притаманних властивостей, а саме: різноманіття конструктивних форм; складний характер руху, обумовлений як рухом обмежуючий канал поверхонь, так і ущільнюючими перепадами тиску; переважно турбулентним режимом течії [70]. Тому не дивлячись на те, що питання динаміки роторів в підшипниках ковзання вже достатньо розроблені та висвітлені в літературі, взаємозв'язок роторів з ущільненням розглянуто недостатньо.

1.1. Область досліджень. Визначення впливу гідродинамічних сил на вібраційні характеристики ротору

Роботи по дослідженню радіальної сили, що виникає в шпаринному

ущільненні, умовно можна розділити на два типи залежно від того, проводиться розрахунок аналітично або чисельно. Огляд цих робіт показав, що результати аналітичного й чисельного розрахунків трохи відрізняються, що можна пояснити складністю моделювання тривимірного турбулентного потоку в зазорі ущільнювального вузла. Дотепер відсутня задовільна теорія турбулентної течії, що безпосередньо впливала б з основних рівнянь динаміки рідини. На сьогодні втрати напору й профіль швидкості в каналі визначають по емпіричним залежностям.

В основі обчислення силових характеристик шпаринних ущільнень лежать рівняння руху середовища, отримані Л.М. Нав'є, Д.Г. Стоксом, О. Рейнольдсом. Результати їхніх робіт були надалі в тому чи іншому ступені використані дослідниками для розрахунків течії рідини в шпаринних ущільненнях гідромашин і лягли в основу гідродинамічної теорії змащення.

Вперше задача про вплив гідродинамічних сил, що виникають у шпаринному ущільненні, на вібраційні характеристики ротора була поставлена й частково вирішена професором А.А. Ломакіним [105] при переведенні живильних насосів СВП-220-280 на тиск 22 МПа з подачею 345 м³/год і з частотою обертання 6000 об/хв. Він дав фізичне пояснення походженню радіальної гідростатичної центруючої сили в кільцевому зазорі з паралельними стінками й вивів формулу для її обчислення. Ця сила, впливаючи на згибну жорсткість ротора, може істотно змінювати його критичну частоту [106, 111, 112]. У наступних роботах були розглянуті трьохшпаринні ущільнення [61], та

отримані циркуляційна й демпфуюча сили для ламінарної течії, а також оцінено їх вплив на динамічну стійкість ротора [106].

Найбільш повний аналіз впливу сил у шпаринних ущільненнях на динаміку роторної системи високооберткових машин міститься в роботі В.А. Марцинковського [111], де викладені результати досліджень і методи статичного й динамічного розрахунку безконтактних ущільнень, які застосовуються в сучасних роторних машинах. В указаній роботі приведено розв'язання задач ламінарного і турбулентного течій в'язкої нестисливої рідини в короткій кільцевій шпарині ($l/r < 1$) з урахуванням конусності зазору і перекосу осей роторної і статорної втулок, на підставі чого отримані аналітичні вирази для обчислення витрат і радіальних сил взаємодії роторного і статорного елементів ущільнення. Визначено радіальні сили використані в дослідженнях динаміки роторів гідромашин. Аналіз впливу гідродинамічних сил у шпаринних ущільненнях показав їх визначальний вплив на вібраційний стан ротора. В [111] також отримані характеристики вимушених коливань і границі динамічної стійкості одномасового ротора в шпаринних ущільненнях і вивчено вплив конструктивних особливостей ущільнень на ці параметри. Досліджена динаміка ущільнень з плаваючими кільцями, проведений розрахунок статичних і динамічних параметрів багатошпаринних ущільнень. Але в цій роботі не враховано вплив гідравлічних втрат на вході та відновлення швидкісного напору на виході при визначенні гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях, що впливає на точність результатів розрахунків.

Аналіз гідродинамічних ущільнень і динаміки роторів було продовжено в роботі [112], де приведені дані по моментам, що виникають в шпаринних зазорах при перекосі осей, а також викладена методика розрахунку вимушених коливань і границь стійкості складних роторних систем з шпаринними ущільненнями. Являє інтерес дослідження ущільнень із ступінчатою циліндричною формою зазору [141], що включають розрахунки статичних і динамічних параметрів і які базуються на методику аналізу гідродинаміки шпаринних зазорів, викладеній в [111]. При цьому вплив приведених вище факторів на визначення гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях і в цих роботах враховано не було.

Розвиток теорії розрахунку динамічних характеристик шпаринних ущільнень відцентрових машин й аналізу їхнього впливу на динаміку ротора одержало також у роботах І.Б. Карінцева [96, 94]. Зокрема, у роботі [94] експериментально встановлено, що при певному значенні перепаду тиску в дифузорних кільцевих ущільненнях виникають самозбуджуючі коливання вала, що не обертається внаслідок дії гідродинамічних сил. У роботі [96] визначені сили, що діють із боку рідини на стінки ущільнення при турбулентному режимі течії з урахуванням втрат тиску на входній ділянці. Однак в цих роботах було враховано не повний перелік факторів, що впливають на радіальні сили в ущільненнях, а саме відновлення швидкісного напору на виході з шпарини та вплив переважної напірної течії на величину сил демпфування. Це не дозволяє провести достовірні розрахунки динамічних параметрів ротора.

На сьогодні в практиці проектування і дослідження шпаринних ущільнень разом з розрахунковими залежностями для радіальних сил, приведеними в [112, 111], також використовуються результати, отримані Блеком і Дженсеном в роботі [6]. Однак в цій роботі розглядається турбулентна течія в гладкому шпаринному зазорі без конусності і перекосу осей, не враховано також відновлення гідростатичного тиску на виході ущільнення, що значно знижує точність розрахунку. Робота [6], як і [112, 111], містить аналіз гідродинамічних сил в ущільненні з короткою шпариною ($l/r < 1$), і крім того, додаткові поправки до сил, що враховують їх зниження в випадку відносно великої довжини зазору ($l/r > 1$). Треба відмітити, що розрахункові вирази наведені в роботі [6] не співпадають з аналогічними [112, 111], хоча в обох випадках автори посилаються на позитивні результати експериментальної перевірки своїх методик. Інша робота тих же авторів [8] присвячена аналізу динаміки роторів турбонасосів з урахуванням радіальних гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях, її зміст в цілому співпадає зі змістом відповідних розділів робіт [112, 111], а також більш ранньої роботи В.А. Марцинковського [113].

Проблемам динамічної нестійкості і вібрації роторів відцентрових турбонасосних агрегатів двигунів установки транспортного космічного корабля «Спейс-Шаттл» присвячена велика кількість робіт написаних під керівництвом Чайлдса [139-140, 11-34]. В першій з указаних робіт [140] вказується на великі труднощі в забезпеченні динамічної стійкості ротора багатоступінчатого відцентрового насоса, який має частоту обертання до 37500 об/хв. (3930 рад/с).

Відзначається, що причиною нестійкості являються радіальні сили в ущільненнях ротора і що реконструкція ущільнень між ступенями турбонасосного агрегата дозволила вирішити проблеми стабілізації динаміки ротора. В [140] розглядається математична модель ротора турбонасоса в лінійній постановці з урахуванням динаміки корпусу, жорсткість підшипників, аеродинамічної взаємодії в турбіні, радіальних сил в безконтактних ущільненнях, при цьому за основу приймається аналіз гідродинаміки ущільнень і стійкість роторів живильних насосів [8, 7, 10]. Дослідження динаміки турбонасосних агрегатів продовжені в роботі [20], де розрахунки спираються на сучасні дані по радіальним силам, що діють на відцентрові робочі колеса і ущільнення ротора. Однак розрахунок гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях за даними методиками суттєво відрізняються одна від одної та експериментальних даних.

Робота [11] містить опис методики експериментальних досліджень радіальних сил в безконтактних ущільненнях, експериментальної установки для їх проведення і порівняння результатів дослідження з теоретичними розрахунками по методиці з роботи [6]. Порівняння показало істотну розбіжність теоретичних і експериментальних даних визначених динамічних параметрів ущільнень. Запропонований в [15] комбінований чисельно-аналітичний метод розрахунку динамічних параметрів ущільнень з циліндричною і конічною формою робочого зазору, оснований на теорії турбулентного руху плівки Хірса [40], показав дещо кращі результати, однак

цей метод не дозволяє отримати аналітичні вирази радіальних сил у замкнутому вигляді. Розвиток даного напрямку досліджень привів до створення методики, яка враховує зміну окружної складової швидкості потоку по довжині зазору і його початкову закрутку на вході, це дозволило уточнити значення деяких складових сил, діючих в ущільненні [34], однак основний недолік, що заключається в необхідності чисельного інтегрування рівнянь гідродинаміки, зберігся. В [13] приведені в цілому задовільні результати порівняння розрахунку з експериментом, хоча по деяким параметрам, як вказується, неузгодженість складає до 40-50 %.

Аналіз впливу сил у шпаринних ущільненнях на динамічні характеристики ротора проведений Блеком в роботах [2, 5], де розглядалися розвинена турбулентна течія Куета з великими числами Рейнольдса, а також урахувався вплив падіння тиску на вході в ущільнення. В 1983 р. Чайлдс отримав аналітичні вирази для коефіцієнтів сил у короткому шпаринному ущільненні з урахуванням впливу закрутки потоку й падіння тиску на вході в ущільнення, ґрунтуючись на моделі турбулентності Хірса [11]. Це дозволило більш точно визначити радіальні сили в шпаринному зазорі з урахуванням зміни вхідної закрутки потоку на вході, але в цих роботах не було враховано суттєвий вплив напірної течії на сили демпфування в шпарині, що знижує точність проведення розрахунків.

Робота [12] являє модернізований варіант методики чисельно-аналітичного розрахунку, що враховує розходження в коефіцієнтах

гідравлічного опору роторної і статорної втулок з штучною регулярною осередковою структурою поверхонь. Однак в цій роботі коефіцієнти опору знаходяться експериментально по витратним характеристикам ущільнень. В роботах [18, 19] приведені результати експериментальних досліджень динамічних параметрів ущільнень з гладким ротором і статором з осередненою структурою. Дослідження направлені на виявлення такого типу структури поверхонь статора і її параметрів, які дають найбільший ефект в підвищенні герметичності ущільнення і покращенні вібраційних характеристик ротора. Результати досліджень наведені в цих роботах показали, що експеримент є єдиним способом вивчення ущільнень з складною конфігурацією робочого зазору.

Ряд робіт різних авторів присвячено чисельним розрахункам радіальних сил в безконтактних ущільненнях. Так в [31, 23] наводиться процедура чисельного інтегрування рівняння Рейнольдса для кільцевої циліндричної шпарини, вказується на задовільне співпадання результатів розрахунку з даними експериментів. В роботі [21] описується методика обчислення статичних і динамічних параметрів шпаринних ущільнень за допомогою метода кінцевих різниць. Зазначається про можливість використання цієї методики для розрахунку лабіринтових ущільнень, однак не наводиться її практичне використання для цих розрахунків.

Питання впливу шорсткості робочих поверхонь ущільнень на їх витратні та динамічні характеристики розглянуті в статті [10], де на основі використання

емпіричної залежності коефіцієнта гідравлічного опору кільцевої шпарини від фактора шорсткості та числа Рейнольдса отримані уточнені вирази для перетоків і радіальних сил. Автори вказують на краще узгодження уточнених розрахунків з експериментальними результатами. Однак проведений аналіз розрахунків в широкому діапазоні геометричних параметрів показав, що область застосування цих залежностей звужена, і не дає достовірних результатів за межами розглянутої області досліджень.

Подальший розвиток вивчення впливу шорсткості робочих поверхонь ущільнень на їх витратні й динамічні характеристики розглянуті в статті [37], у якій показано, що шорсткість ущільнювальних поверхонь зменшує витрату через ущільнення, а також розширює область усталеної роботи відцентрового насоса. Експериментальні дослідження ущільнень із різною шорсткістю статорної поверхні підтвердили, що такі ущільнення мають підвищену демпфуючу здатність і менші витрати у порівнянні з ущільненнями з гладкими поверхнями [6]. Найбільше фізично обґрунтоване рішення впливу шорсткості на демпфуючу здатність та витратні характеристики ущільнення було отримано Нельсоном і Нгуеном в 1987 [40], оскільки їхнє рішення враховувало вплив місцевих чисел Рейнольдса.

В усіх перерахованих роботах аналіз ущільнень давався в лінійній постановці. Експериментальні дослідження нелінійної залежності деяких складових радіальних сил від ексцентриситету роторної і статорної втулок описані в [106]. Більш повний аналіз нелінійностей, що включають теоретичні і

експериментальні дослідження, наводиться в [10], де показано допустимість застосування лінійних моделей у діапазоні ексцентриситету, який не перевищує половину радіального зазору. Питання нелінійності гідродинамічних сил в зазорах шпаринних ущільнень розглядаються в монографії [131]. В цій роботі приводяться прості вирази для їх розрахунку, розглядається стійкість і нелінійні коливання роторів відцентрових машин, в тому числі при сухому терті з статором. Описані методи і наведені деякі результати експериментальних досліджень динамічних параметрів шпаринних ущільнень. Приведені як аналітичне, так і чисельне дослідження гідродинаміки коротких і довгих гладких кільцевих циліндричних шпарин. В [131] приведені експериментальні результати, що свідчать про істотний вплив на динамічну стійкість ротора початкової закрутки потоку, однак, як і в більшості з перерахованих робіт, розвитком окружною течією середовища, що утворюється вздовж зазору нехтується, швидкість приймається постійною, рівною половині колової швидкості поверхні ротора.

З числа робіт, які містять опис експериментальних досліджень динаміки роторів відцентрових машин і гідродинамічних параметрів ущільнень, треба відзначити [105, 106, 25], де приводяться найбільш цінні данні натурних випробувань, проведених на великих відцентрових насосах. В роботах [105, 106] описуються дослідження динаміки ротора в одно- і трьохшпаринних ущільненнях, в [19] – в шпаринних і прямоточних лабиринтних. Однак результати дають добру збіжність результатів лише в діапазоні проведених

досліджень і мають значну розбіжність у випадках, що не входять в діапазон дослідження.

В основу подальших досліджень сил у шпаринних ущільненнях різними авторами, як правило, покладений чисельний розрахунок. Так в [129, 116] проведено чисельне інтегрування рівнянь Рейнольдса для кільцевої циліндричної шпарини, причому відзначається задовільний збіг результатів розрахунку з експериментальними даними. У роботі [14] описана методика обчислення гідростатичних і гідродинамічних сил у шпаринних ущільненнях на основі методу кінцевих різностей. Указується можливість використання даної методики при розрахунку лабіринтових ущільнень. Але при проведенні чисельних розрахунків спостерігається одна систематична помилка, яка заключається в тому, що в математичній моделі не враховується зміна вхідних і вихідних умов по колу зазору.

Використання ущільнень при підвищених або знижених температурах вимагало від конструкторів розв'язання задачі про визначення впливу зміни властивостей рідини на динамічні характеристики шпаринних ущільнень, що працюють при різних ексцентриситетах [44, 47]. Досліджена Сан Андресом адіабатична модель течії рідини в зазорі показала значний вплив підвищення температури на величину гідродинамічних сил в ущільненнях. Саймон і Френе [49] досліджували конусне шпаринне ущільнення насоса, що перекачує криогенне середовище. Був розглянутий вплив стисненості й в'язкості рідини, закрутки потоку на вході в ущільнення, але без врахування сил інерції рідини. У

роботі [127] показано, що при роботі безконтактного ущільнення в умовах скипання й двофазного стану ущільнюючого середовища спостерігається істотне зниження його витратних характеристик у порівнянні з однофазним режимом роботи через прояв т.зв. критичних течій у зазорах ущільнень. У тій же статті зазначено, що при збільшенні частоти обертання ротора витрати через ущільнення значно знижуються, що пояснюється перевагою окружної течії середовища над осьовим і, як наслідок, збільшенням гідродинамічного тиску в зазорі. В [1] показаний вплив швидкості обертання ротора, закрутки потоку на вході й ексцентриситету на динамічні характеристики шпаринного газового ущільнення. Експериментально встановлено, що початкова закрутка потоку дестабілізує рух ротора при малих швидкостях обертання у випадку ексцентричного розташування ущільнювальних поверхонь. При більших швидкостях обертання ексцентриситет не має значного впливу на динамічну стійкість ротора, у той час як вплив закрутки, яка визначає величину циркуляційної сили, залишається істотним, що не враховано вищезгаданими методиками.

Саймон і Френе [47] виявили, що зі збільшенням відношення L/D , коефіцієнти, обумовлені обертанням ротора, мають той же порядок, що й коефіцієнти, обумовлені його переміщеннями. Баскхарон й ін. [2], використовуючи метод кінцевих елементів, визначили величини моментів для випадку конічної прецесії й показали, що область динамічної стійкості при конічній прецесії ротора розширюється зі збільшенням швидкості власного

обертання ротора. Чен і Джексон [9] досліджували вплив ексцентриситету й перекосу осей вала й втулки на гідродинамічні характеристики шпаринних ущільнень. Авторами було виявлено, що вплив ексцентриситету або перекосу на витрату через ущільнення незначний при турбулентних режимах течії. Встановлено, що величина витрати збільшується зі збільшенням ексцентриситету й зменшується зі збільшенням перекосу осей. У роботі Морісона й ін. [24] досліджений вплив статичного й динамічного ексцентриситету на рух рідини в зазорі ущільнення. Представлено заміри розподілу середньої швидкості й кінетичної енергії з урахуванням і без урахування прецесійного руху ротора в ущільненні при однакових числах Рейнольдса й Тейлора. Основною відмінністю результатів проведених замірів є те, що область високого тиску для цих двох випадків розташована по різні сторони ущільнення, а це значить що сили, що виникають в ущільненні мають різний напрямок. В 1980 р. Лино й Канеко [36] представили експериментальні дослідження впливу перекосу осей вала й втулки на сили, що виникають в ущільненні. Пізніше Фалько й ін. [22] визначили, що коефіцієнти гідростатичної жорсткості, обумовлені кутовими переміщеннями вала мають той же порядок що й при радіальних переміщеннях ротора, якщо відношення $l/d > 0,5$. Однак при великих значеннях дані методики не працюють.

Найбільш повний аналіз нелінійностей, що включає теоретичні й експериментальні дослідження гідродинамічних параметрів в шпаринному зазорі, наведений в роботі [30]. Отримані результати свідчать про те, що для

розрахунку типових шпаринних ущільнень може бути використана модель короткого ущільнення, а розв'язання завдання для шпаринного ущільнення в лінійній постановці забезпечує необхідну для практичних розрахунків точність у діапазоні ексцентриситетів, що не перевищують половини радіального зазору. У монографії [131] розглянуті питання впливу нелінійності гідродинамічних сил у зазорах шпаринних ущільнень на динаміку ротора, викладені загальні закономірності, характерні для автоколивань і вимушених нелінійних коливань при відсутності контакту ротора зі статорною поверхнею ущільнення й в умовах безперервного контакту. Описано методи й деякі результати експериментальних досліджень динамічних параметрів шпаринних ущільнень. Наведено аналітичні й чисельні дослідження гідродинаміки коротких і довгих гладких кільцевих циліндричних шпарин. Однак результати аналітичних виразів для визначення гідродинамічних сил дають незначну збіжність з експериментальними даними.

Розглянуті вище роботи з розрахунку гідродинамічних характеристик шпаринних ущільнень припускають абсолютну жорсткість їхніх поверхонь. Проте відомо, що при високих та надвисоких тисках деформації ущільнювальних поверхонь порівняні з первісним зазором, що приводить до зміни характеристик ущільнень, зокрема видаткових [106]. Уперше аналіз характеристик деформованого шпаринного ущільнення розглянув Камал М.М. у роботі [92]. Результати досліджень і промислових випробувань проведені Б.Д. Халіганом [27], дозволили замінити сальникові, манжетні й торцеві

ущільнення, застосовувані в суднових насосах, на безконтактні шпаринні ущільнення з податливими втулками. При цьому була знята проблема охолодження, зменшені втрати потужності на тертя, спрощені конструкція й знижена вартість ущільнювальних вузлів. Необхідний ККД і надійність агрегатів залишилася на тому самому рівні. Результати досліджень деформованих шпаринних ущільнень [99] показали, що при належному розрахунку й виборі конструкцій деформуємих шпаринних ущільнень можна забезпечити безконтактну роботу ущільнювальних вузлів на найбільш важких перехідних режимах і максимально знизити витрати на номінальних режимах при одночасному зниженні рівня вібрацій роторів відцентрових насосів.

Однією з останніх робіт, присвячених розрахунку й аналізу впливу гідродинамічних сил і моментів, що діють у шпаринних ущільненнях, на вібраційні характеристики ротора є книга Марцинковського В.А [109]. У якій розглянуті ламінарні й турбулентні стаціонарні й нестаціонарні течії в шпаринних дроселях. Отримано наближені аналітичні формули для розрахунку витрат і сил тиску на стінки каналів й їхніх моментів. Силіві характеристики шпаринних ущільнень визначені з урахуванням перекосу осей вала й втулки, радіальних і кутових коливань і прецесії ротора. Однак в аналітичних виразах для сил демпування не в повному обсязі враховано вплив напірної течії в зазорі ущільнення, що не дозволяє в повній мірі визначити радіальні сили в ущільненні.

Останнім часом з'явилися роботи, в яких показано, що інерційна складова

гідродинамічної сили може значно впливати на характеристики ротора [51, 101], однак аналіз впливу всіх складових сил інерції не проводився. Так Хашимото й ін. [29] досліджували короткий ексцентричний опорний підшипник ковзання з метою з'ясування впливу інерції на траєкторію руху ротора в підшипнику. В цій роботі використано осереднене рівняння Рейнольда й рівняння нерозривності, чисельними методами були отримані траєкторії руху, аналіз яких показав, що інерція рідини сприяє підвищенню стійкості ротора.

Особливо варто виділити той факт, що роботи, в яких враховується випадковий характер зміни гідродинамічних сил і моментів у шпаринному ущільненні практично відсутні [108, 71]. При цьому багато авторів указують на те, що пружні й демпфуючі характеристики ротора мають випадкову природу, тому що вони визначаються випадковими параметрами шпаринних ущільнень (радіальним зазором, конусністю, перекосом) і тому оцінку власних частот і границь стійкості варто проводити з використанням методів теорії ймовірностей.

1.2. Постановка науково-практичної задачі. Основні етапи та шляхи розв'язання поставленої науково-практичної задачі

Проведений в п. 1.1 аналіз гідродинамічних сил у шпаринних ущільненнях дозволив установити, що існуючі методики їх визначення не дозволяють однозначно отримати динамічні параметри ротора відцентрового насоса, таким чином існує потреба до вимушеного нарощування механічної

жорсткості ротора, що впливає на показники технічного рівня відцентрових насосів. Причому, показники технічного рівня відцентрових насосів, значною мірою, залежать від динамічних параметрів ротора, які обумовлені впливом гідродинамічних сил, що діють в шпаринних ущільненнях проточної частини насоса. Таким чином, розробка нової методики розрахунку гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях дозволить підвищити показники їх технічного рівня і ефективність функціонування, розширити область використання, зменшити масогабаритні показники. Це є **важливою задачею, яка існує в промисловості.**

Досвід розрахунку гідродинамічних сил в шпаринних ущільнень та динамічних параметрів системи шпаринне ущільнення - ротор відцентрового насоса показує, що існуючі методики розрахунків не враховують ряд важливих факторів: урахування вхідних втрат напору на вході та відновлення швидкісного напору на виході; урахування напірної течії при визначенні сил демпфування; величина вхідної закрутки на вході шпарини. Результати експериментальних досліджень не існують для всього діапазону геометричних параметрів шпаринних ущільнень, а результати аналітичних виразів різних авторів можуть відрізнятися на порядок. Врахування факторів, наведених вище, підвищить точність дослідження динамічних параметрів відцентрових насосів та дозволить доповнити та розширити сучасні методи проектування насосів.

Таким чином, можна констатувати **важливу науково-практичну задачу** – використання гідродинамічних ефектів в шпаринних ущільненнях для

підвищення технічного рівня відцентрових насосів та дослідження робочих процесів у них.

Розв'язання поставленої науково-практичної задачі проводили поетапно.

На першому етапі виявили шляхи поліпшення гідродинамічних характеристик шпаринного ущільнення, розробили уточнену модель їх розрахунку, виконали аналіз межі зміни їх конструктивних та робочих параметрів.

На другому етапі дослідили течії рідини у шпаринному ущільненні і провели розрахунок коефіцієнтів демпфування. Вдосконалили математичну модель робочого процесу шпаринних ущільнень відцентрових насосів.

Третій етап присвячено чисельному розрахунку течії в шпаринних ущільненнях та експериментальному дослідженню динамічних параметрів ротора відцентрового насоса.

На четвертому етапі перевірили адекватність розроблених математичних моделей реальному об'єкту.

Реалізація третього та четвертого етапів дозволила перевірити правомірність прийнятих припущень та достовірність отриманих математичних моделей.

П'ятий етап був присвячений розробці методики розрахунку динамічних параметрів роторів відцентрових насосів, одним із етапів якої є аналіз згинаючих коливань ротора та розробка методики відстроювання від власних частот. На цьому етапі розробили інженерну методику розрахунку динамічних

параметрів ротора відцентрових насосів. Оцінювали показники технічного рівня та ефективність застосування методу розрахунку динамічних параметрів ротора.

1.3. Висновки

1. Аналіз літературних джерел дозволив установити, що підвищення показників технічного рівня, ефективності функціонування і експлуатації відцентрових насосів, лежить в використанні гідродинамічних ефектів в шпаринних ущільненнях які значною мірою впливають на вібраційний стан ротора і можуть бути причиною виведення з робочого стану насоса в цілому.

2. На основі аналітичного огляду літературних джерел встановлено, що існуючі методики розрахунку гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях не дозволяють отримати їх достовірні значення, що вимагає використання в розрахунково-конструкторській практиці застосування методів дослідження вібраційного стану ротора при якому повинна виконуватись вимога відладки від власних частот коливання.

3. Визначено ряд особливостей, без урахування яких неможливо достовірно визначити параметри ротора, а саме:

- вхідних втрат напору й відновлення швидкісного напору на виході проточної частини шпаринних ущільнень відцентрових насосів;

- додаткових об'ємів рідини на вході та виході проточної частини шпаринних ущільнень при чисельних розрахунках течії рідини в шпаринні ущільнення;
- течій в асиметричному циліндричному зазорі проточної частини шпаринних ущільнень;
- відсутня методика розрахунку динамічних параметрів ротора при збігу власних частот насоса з частотою обертання електродвигуна.

4. Сформульована актуальна науково-практична задача – використання гідродинамічних ефектів в шпаринних ущільненнях для підвищення технічного рівня відцентрових насосів та дослідження робочих процесів у них, яка може бути вирішена шляхом дослідження робочих процесів, що відбуваються в системі шпаринне ущільнення – ротор відцентрового насоса.

5. Запропоновано алгоритм розв'язання поставленої задачі, який дозволяє виконати увесь комплекс досліджень, починаючи з визначення сил, що діють в шпаринних ущільненнях, їх математичних моделей для чисельних розрахунків, перевірки адекватності моделей реальним об'єктам, отримання наукових результатів та їх практичного використання.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИЛ В ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕННЯХ

Одним з основних показників технічного рівня роторних машин є рівень вібрацій. У відцентрових машинах динаміка ротора визначається, головним чином, гідродинамічними силами тиску та їхніх моментів, що діють на ротор у дроселюючих каналах шпаринних і лабіринтних ущільнень. У свою чергу локальні (розподіли швидкостей і тисків) і інтегральні (витрата, радіальні сили й моменти) характеристики потоку в ущільненнях залежать від характеру руху ротора. Отже, ротор й ущільнення являють єдину, замкнуту гідромеханічну систему. Для її аналізу необхідно знати динамічні характеристики ущільнень.

2.1. Математична модель течії рідини в шпаринних ущільненнях

Метою розрахунку шпаринних ущільнень є визначення радіальних сил, що діють на ротор при заданих конструктивних та робочих параметрах шпарини. Отримані радіальні сили й моменти використовуються для аналізу вібраційного стану ротора.

Силові характеристики шпаринних ущільнень визначаються розподілом швидкостей і тисків у тривимірній течії в'язкої рідини в кільцевих зазорах. Витратна течія є, насамперед, результатом дії ущільнюючих перепадів тиску. У високонапірних насосах такі перепади досягають 10-15 МПа [109], тому числа Рейнольдса, як правило, перевищують критичні значення, тобто режим течії є

турбулентним.

У роторних машинах принаймні одна зі стінок ущільнення жорстко пов'язана з ротором і відтворює його рух: обертається навколо осі прецесії навколо центра ущільнювального кільця з радіальним й кутовим коливанням (рис. 2.1). У зв'язку з цим ускладнюються граничні умови для рівнянь руху рідини в зазорі, а сама течія стає нестационарною. Тому досліджується турбулентна нестационарна течія рідини в кільцевому каналі з конусністю й перекосом осей внутрішньої й зовнішньої стінок (рис. 2.1). При цьому рівноважне положення валів визначається початковим ексцентриситетом e_0 і кутом перекоосу ϑ , які у загальному випадку не лежать в одній площині.

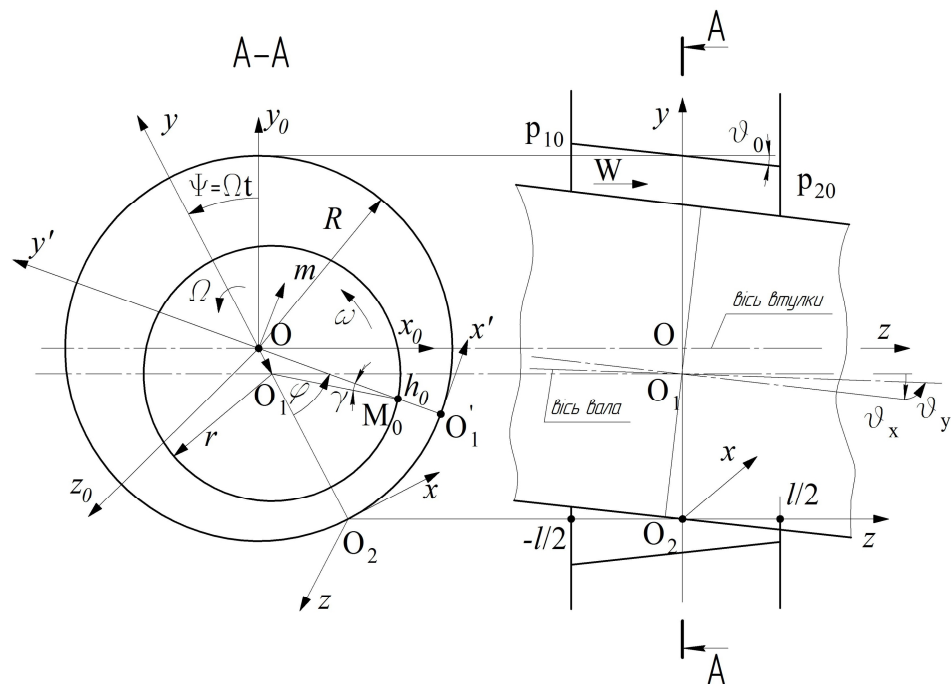


Рис. 2.1. Розрахункова схема кільцевого зазору

Зазначимо, що завдання визначення швидкостей і тисків у зазорі надзвичайно складні, оскільки потрібно розв'язували нелінійні рівняння

нестационарних тривимірних течій рідини, тому доводиться вводити спрощення, а імовірність одержуваних результатів визначати досвідом.

Розглядали коротке ущільнення, для якого радіальний зазор набагато менше радіуса й довжини каналу в напрямку видаткової течії. Прийняли наступні допущення:

1) переважаючою є осьова течія рідини під дією перепаду тиску на ущільненні;

2) густина, в'язкість і температура приймалися постійними, оскільки вважалось, що тепло, яке виділяється в результаті гідравлічних втрат, практично миттєво відводиться з каналу, тобто розглядали ізотермічну течію рідини.

Течія в'язкої нестисливої рідини в циліндричному зазорі описується рівняннями Рейнольдса [103]

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u'_i u'_j} \right), \quad (2.1)$$

де $\rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u'_i u'_j} \right)$ – сили уявного турбулентного тертя, $i, j = 1, 2, 3$, а

підсумовування виконується по повторюваному індексі.

Оцінювали порядок членів рівнянь (2.1), використовуючи для цього як масштаб безрозмірний середній радіальний зазор $\delta = H/R$, що принаймні на порядок менше одиниці. Для випадку переважючого осьового потоку в короткій шпарині масштаби окружної й радіальної швидкостей рівні $U \sim \omega r$, $V \sim vH$, а

$\omega \sim \nu$, $H \sim \delta^2 r$, отже $V \sim \delta^2 U \sim \delta^3 W$. При цьому із системи рівнянь Рейнольдса зникає перше рівняння, а в третьому залишається лише одна складова – конвективне прискорення і (2.1) може бути записано у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'w'}; \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

При цьому зміни параметрів потоку по окружності обумовлюються тільки змінними по координаті x ($x = R\varphi$) граничними значеннями тиску й швидкостей.

Оскільки рідина повністю заповнює кільцевий зазор, то систему рівнянь (2.2) доповнювали рівнянням нерозривності:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.3)$$

Для отримання граничних умов, яким повинні задовольняти рішення рівнянь (2.2) і (2.3), розглядати схему кільцевого каналу (рис. 2.1). Приймали, що вісь втулки нерухома, а вісь вала обертається навколо осі втулки із частотою прецесії Ω , роблячи одночасно малі радіальні ($e_0 = e_m \cos vt$) і кутові ($\vartheta_x = \vartheta_{x0} \cos vt$, $\vartheta_y = \vartheta_{y0} \cos vt$) гармонійні коливання у взаємно перпендикулярних площинах yOx й xOz (на рис. 2.1 показані позитивні напрямки кутів конусності й перекосу).

Визначили граничні умови в рухомій системі координат xuz , вісь O_2y якої спрямована по лінії центрів OO_1 у серединному перетині каналу й обертається разом з лінією центрів з постійною частотою прецесії Ω .

У рухомій системі координат зміна зазору по окружності (рис. 2.1) визначається рівнянням:

$$h_0 = R - r \cos \gamma - e_0 \cos \varphi.$$

Максимальне значення кута γ : $\sin \gamma = e_0/r \sim \delta$, тобто $\gamma_{\max} \sim \delta$, тоді $\cos \gamma_{\max} \cong 1$.

В результаті підстановки приведених припущень:

$$h_0 = R - r - e_0 \cos \varphi = H - e_0 \cos \varphi = H(1 - \varepsilon \cos \varphi).$$

Внаслідок перекосу вала величина ексцентриситету змінюється по довжині каналу. На рис. 2.2 показаний приріст ексцентриситету в перетині $z = l/2 - (\Delta e)$ і в проміжному перетині, що відповідає координаті $z - (\Delta e_z)$ для випадку, коли осі вала й втулки перехрещуються.

Зазор у довільному перетині виражається формулою:

$$h = H - (e_0 + \Delta e_{yz}) \cos \varphi - \Delta e_{xz} \sin \varphi - \mathcal{G}_0 z,$$

де \mathcal{G}_0 - величина конусності втулки кільцевого каналу.

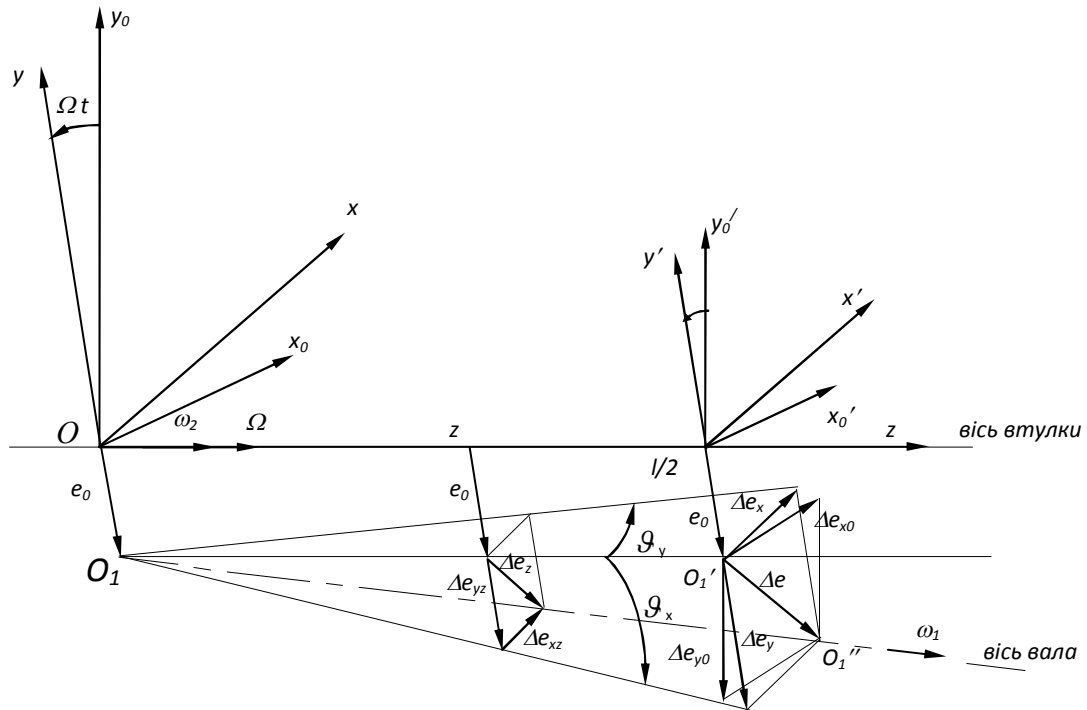


Рис. 2.2. Зміна ексцентриситету по довжині каналу

Оскільки приріст ексцентриситету $\Delta e_{yz} = \vartheta_x z$, $\Delta e_{xz} = \vartheta_y z$ (рис. 2.2), то залежність для визначення радіального зазору записували у вигляді:

$$h = H(1 - \varepsilon \cos \varphi - [\theta_0 + \theta_x \cos \varphi + \theta_y \sin \varphi] \bar{z}),$$

або в безрозмірній формі

$$\bar{h} = \frac{h}{H} = y_*(1 - \alpha \bar{z}),$$

тоді

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{z}} = -\alpha y_*, \quad \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} = \frac{1}{R} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \varphi} = \frac{1}{R} [\varepsilon \sin \varphi + (\theta_x \sin \varphi - \theta_y \cos \varphi) \bar{z}],$$

де $H = R - r$, $\varepsilon = \frac{e_0}{H}$, $\theta_0 = \frac{gl}{2H}$, $\theta_{x,y} = \frac{g_{x,y}l}{2H}$, $\bar{z} = \frac{2z}{l}$, $y_* = 1 - \varepsilon \cos \varphi$,

$\alpha = \frac{\theta}{y_*} = \theta_0 \frac{g}{y_*}$, $g = \frac{g_0 + g_x \cos \varphi + g_y \sin \varphi}{g_0}$ – безрозмірні величини.

Визначили швидкість довільної точки M (рис. 2.3) на поверхні вала.

На зовнішній стінці ($y=0$) радіальна швидкість дорівнює нулю, а відносна окружна швидкість:

$$u_2(0) = 0.$$

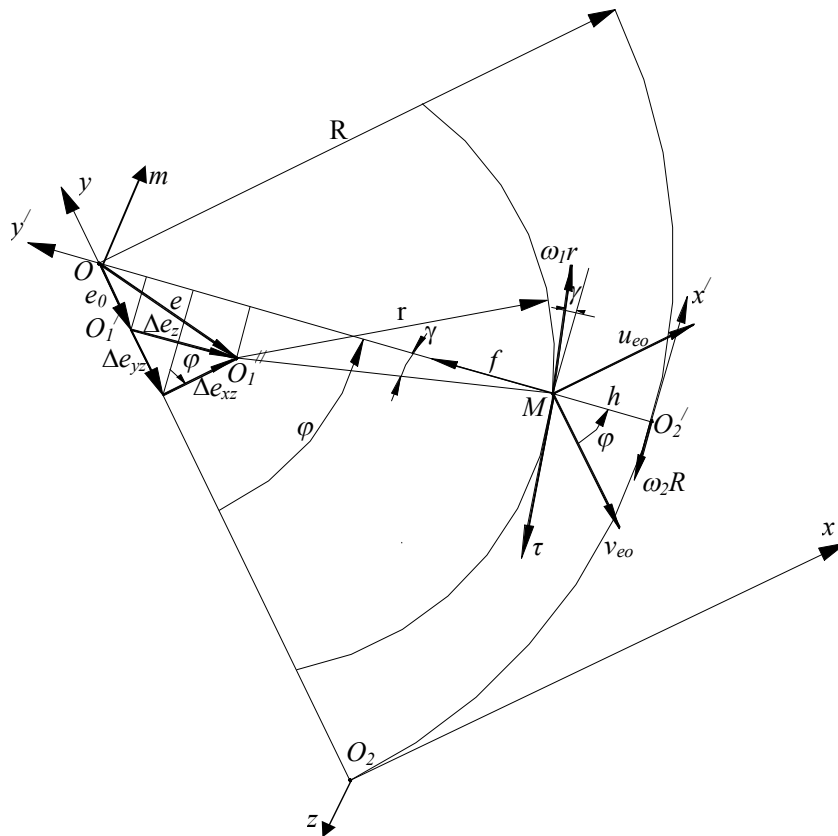


Рис. 2.3. Вектор ексцентриситету і його складові в довільному перетині

На внутрішній стінці ($y = h$) відносна окружна швидкість (рис. 2.3) спрямована під кутом γ (γ являє собою кут нахилу дотичній до кривій зміни зазору по координаті x , тобто $\operatorname{tg}\gamma = \partial h / \partial x$) до осі $O_2'x'$, тому вона має дві проекції:

$$u_1 = (\omega - \Omega)r \cos \gamma \approx (\omega - \Omega)r,$$

$$v_1 = (\omega - \Omega)r \sin \gamma = (\omega - \Omega)r \frac{\partial h}{\partial x} \approx (\omega - \Omega)H [(\varepsilon + \theta_x \bar{z}) \sin \varphi - \theta_y \bar{z} \cos \varphi].$$

Проекції відносної швидкості центра вала із частотою прецесії Ω , в системі координат xO_2y , що обертається (швидкість точки O_1'' , рис. 2.3):

$$u_0 = \Omega e_0 + (\dot{\mathcal{G}}_y + \Omega \mathcal{G}_x)z, \quad v_0 = -\dot{e}_0 - (\dot{\mathcal{G}}_x - \Omega \mathcal{G}_y)z.$$

Використовували матрицю повороту осей на позитивний кут φ

$$\begin{vmatrix} u'_0 \\ v'_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_0 \\ v_0 \end{vmatrix},$$

та одержали проекції переносної швидкості на осі $x'O_2'y'$

$$u'_0 = u_0 \cos \varphi + v_0 \sin \varphi, \quad v'_0 = -u_0 \sin \varphi + v_0 \cos \varphi.$$

Сумуючи проекції відносних швидкостей центра вала й окружної швидкості на його поверхні, одержали окружну й радіальну швидкості на стінках каналу:

$$\begin{aligned}
u(0) &= 0, \quad v(0) = 0, \quad w(0) = 0; \quad w(h) = 0. \\
u(h) &= u_1 + u'_0 = (\omega - \Omega)r + H[\Omega\varepsilon + (\dot{\theta}_y + \Omega\theta_x)\bar{z}]\cos\varphi - \\
&\quad - H[\dot{\varepsilon} + (\dot{\theta}_x - \Omega\theta_y)\bar{z}]\sin\varphi, \\
v(h) &= v_1 + v'_0 = H\{(\omega - \Omega)\varepsilon - [\dot{\theta}_y - (\omega - \Omega)\theta_x]\bar{z}\}\sin\varphi - \\
&\quad - H\{\dot{\varepsilon} + [\dot{\theta}_x + (\omega - \Omega)\theta_y]\bar{z}\}\cos\varphi.
\end{aligned}$$

Граничними умовами для розв'язання рівнянь (2.1) і (2.2) є також тиск на вході шпаринного ущільнення й на виході з нього:

$$\begin{aligned}
\text{при } \bar{z} = -1: \quad p &= p_1; \\
\text{при } \bar{z} = 1: \quad p &= p_2.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Зауважимо, що наведені граничні значення для тисків справедливі поза каналом. Вхід рідини в канал супроводжується місцевими гідравлічними втратами й різкою зміною осьової швидкості. Падіння тиску на вході Δp_{11} й відновлення Δp_{12} на виході з ущільнення виражали через швидкісні напори й коефіцієнти місцевих гідравлічних втрат:

$$\Delta p_{11} = \zeta_{11} \frac{\rho w_1^2}{2}, \quad \Delta p_{12} = \zeta_{12} \frac{\rho w_2^2}{2}.$$

Тоді граничні значення для тиску приймають наступні значення:

$$p_1 = p_{10} - \Delta p_{11} = p_{10} - \zeta_{11} \frac{\rho w_1^2}{2};$$

$$p_2 = p_{20} - \Delta p_{12} = p_{20} - \zeta_{12} \frac{\rho w_2^2}{2},$$

де p_{10}, p_{20} - значення тиску перед ущільненням і за ним; w_1, w_2 - середні осьові швидкості відповідно у вхідному й вихідному перетинах ущільнення; ζ_{11}, ζ_{12} - коефіцієнти місцевих гідравлічних втрат на вході й на виході шпаринного ущільнення.

Відмітимо, що за результатами експеримента встановлено, що коефіцієнти місцевих втрат практично не залежать від числа Рейнольдса [74], а визначаються формою вхідної й вихідної кромки ущільнення й у більшості випадків можуть бути прийняті постійними.

Рівняння (2.2), (2.3) та граничні умови (2.4) становлять математичну модель течії рідини в шпаринному ущільненні.

2.2. Розподілення середньої окружної швидкості потоку по довжині зазору

Рівняння окружного руху рідини в зазорі шпаринного ущільнення записували в вигляді:

$$(\rho dx dy dz) \ddot{x} = \tau_x(0) dx dz - \tau_x(h) dx dz. \quad (2.5)$$

Провели скорочення і осереднення по зазору ($dy = H + \theta_0 \bar{z}$), рівняння (2.5) та враховуючи $\dot{x} = u$, $\ddot{x} = \dot{u}$, отримаємо:

$$\rho \dot{u}(H + \theta_0 z) = \tau_x(0) - \tau_x(h). \quad (2.6)$$

Дотичні напруги запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} \tau_x(0) &= \rho \frac{\lambda_x}{2} u^2; \\ \tau_x(h) &= \rho \frac{\lambda_x}{2} [u(h) - u]^2, \end{aligned} \quad (2.7)$$

де λ_x – коефіцієнт опору тертя колової течії в кільцевому зазорі.

Враховуючи (2.7) рівняння (2.6) представили у вигляді:

$$\dot{u} = au - b, \quad (2.8)$$

$$\text{де } a = -\frac{\lambda_x}{H + \theta_0 \bar{z}} u(h); \quad b = -\frac{\lambda_x}{2(H + \theta_0 \bar{z})} u^2(h).$$

Загальне рішення однорідного рівняння (2.8) має вигляд: $u = c_1 e^{-at}$. Для рішення неоднорідного рівняння замінили постійну c_1 невідомою функцією s :

$$u = s e^{-at};$$

$$\dot{u} = \frac{ds}{dt} e^{-at} - ds e^{-at}.$$

І отриманий вираз підставляли в вихідне рівняння (2.8):

$$\frac{ds}{dt} e^{-at} = b,$$

звідки знаходили невідому функцію:

$$s = \int b e^{at} dt = \frac{b}{a} e^{at} + c_2,$$

а відповідно окружна швидкість:

$$u = \left(\frac{b}{a} e^{at} + c_2 \right) e^{at}. \quad (2.9)$$

Далі від змінної t переходили до осьової координати $\bar{z} = \frac{2}{l} w_0 t - 1$, в результаті чого рівняння (2.9) приймає вигляд

$$u = \left(\frac{b}{a} e^{\frac{al}{2w_0}(\bar{z}+1)} + c_2 \right). \quad (2.10)$$

Використовували граничні умови $\bar{z} = -1$: $u = u_{\text{ex}}$, визначали $c_2 = u_{\text{ex}} - \frac{b}{a}$, та знайшли середню окружну швидкість потоку по довжині зазору:

$$u = \frac{u(h)}{2} \left[1 - e^{-\frac{\lambda_x u(h) l}{2(H+\theta_0 \bar{z}) w_0}(\bar{z}+1)} \right] + u_{\text{ex}} e^{-\frac{\lambda_x u(h) l}{2(H+\theta_0 \bar{z}) w_0}(\bar{z}+1)}. \quad (2.11)$$

Підставляли в рівняння (2.11) значення a , b , та враховуючи, що $u(h) = \omega r$, $\zeta_x = \frac{\lambda_x r}{2(H + \theta_0 \bar{z})}$, $\zeta_x \frac{l \omega r}{r w_0} = \chi$, отримали вираз для безрозмірної частоти обертання робочого середовища в ущільнюючому зазорі

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \bar{\omega} = \frac{u}{\omega r} = \frac{1}{2} [1 - e^{-\chi(\bar{z}+1)}] + \bar{\omega}_{ex} e^{-\chi(\bar{z}+1)}, \quad (2.12)$$

де $\frac{\omega_{ex}}{\omega} = \bar{\omega}_{ex}$.

Рівняння (2.12) дозволяє визначити вплив величини вхідної крутки потоку на вході в ущільнення на величину гідродинамічних сил в шпарині.

2.3. Розподіл тиску в зазорі

Виразили сили тертя через коефіцієнт опору тертя й сумарну середню по поперечному перерізі каналу швидкість w , обумовлену заданим перепадом тиску:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = -\frac{\lambda l}{4h} \frac{\rho}{2} w^2,$$

де λ – коефіцієнт опору тертя в кільцевому зазорі

Тоді проводячи перетворення рівняння (2.2):

$$\mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial}{\partial y} v'w' = -\frac{\lambda}{2h} \rho \frac{w^2}{2} = -k \frac{\mu}{h^2} w.$$

де $k = \frac{\lambda \text{Re}}{8}$, $\text{Re} = \frac{\rho 2hw}{\mu}$; для гідравлічних гладких каналів в автотомельній

області турбулентної течії приймали $\lambda = 0,04$ [111].

Осереднювали по товщині зазору сили інерції, що входять у рівняння

(2.2):

$$g = \frac{\rho}{h} \int_0^h \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) dy. \quad (2.13)$$

Використовували рівняння Константинеску [101], виражали ліві частини системи (2.2) через відповідні середні швидкості:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial p}{\partial z} + g = -k \frac{\mu}{h^2} \bar{w}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Користуючись правилами диференціювання по параметру і враховуючи граничні умови для швидкостей з рівняння (2.13), осереднили по середині зазору рівняння нерозривності (2.3):

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} \int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dy &= \frac{1}{h} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}h) - u(h) \frac{\partial h}{\partial x} + v(h) - v(0) + \right. \\ &\left. + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}h) - w(h) \frac{\partial h}{\partial z} \right] = 0; \quad (2.15) \\ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_p h) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}h) &= - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_c h) + u(h) \frac{\partial h}{\partial x} - v(h) + v(0). \end{aligned}$$

Підставляли в (2.15) значення середніх швидкостей з (2.14), враховуючи $x = r\varphi$, отримали

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{\mu k_x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + g_x \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{\mu k_z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + g_z \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_c h) - u(h) \frac{\partial h}{\partial x} + v(h) - v(0). \quad (2.16),$$

Середні по товщині зазору швидкості визначаються як:

$$\bar{u} = \bar{u}_p + \bar{u}_c = \frac{1}{h} \int_0^h u dy;$$

$$\bar{w} = \frac{1}{h} \int_0^h w dy;$$

$$\bar{u}_c = H(\omega_c - \Omega)\varepsilon \sin \varphi.$$

Для короткої шпарини перша складова лівої частини (2.15) на порядок менше другої, тому в якості вихідного приймали рівняння

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{\mu k_z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + g \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_c h) - u(h) \frac{\partial h}{\partial x} + v(h). \quad (2.17)$$

Перейшли до безрозмірної осьової координати $\bar{z} = 2z/l$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{h^3}{k_z \mu} \left(\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} + \frac{l}{2} g \right) \right] = \frac{l^2}{4} \left[(\bar{u}_c - u(h)) \frac{\partial h}{\partial x} + v(h) - v(0) \right]. \quad (2.18)$$

Визначили осереднену по товщині зазору силу інерції рідини. Для чого у виразі (2.3) зробили заміну $w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (w^2)$.

З допустимою погрішністю можна прийняти $\overline{w^2} = \bar{w}^2$. Після інтегрування (2.13) з урахуванням відсутності осьових складові швидкості на стінках каналу, одержали:

$$g = \frac{\rho}{h} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{w} h) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}^2 h) \right]. \quad (2.19)$$

Праву частину в рівнянні (2.17) представляли з урахуванням того, що

проекція u'_0 на порядок менше зсувної і відносної швидкостей. Крім того приймали:

$$\begin{aligned} v(h) &= v_1 + v'_0 = (\omega - \Omega)r \frac{\partial h}{\partial x} + v'_0; \\ \bar{u}_c - u(h) \frac{\partial h}{\partial x} + v(h) - v(h) &= \\ &= H \left\{ -(\Omega - \omega_c) \varepsilon \sin \varphi - \dot{\varepsilon} \cos \varphi + \left[-(\dot{\theta}_y + (\Omega - \omega_c) \theta_x) \sin \varphi - (\dot{\theta}_x - (\Omega - \omega_c) \theta_y) \cos \varphi \right] \bar{z} \right\}. \end{aligned}$$

Враховуючи вище приведені вирази, рівняння Рейнольдса прийме вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{\bar{h}^3}{k_z} \left(\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} + \frac{\rho l}{2h} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{w}h) + \frac{2}{l} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} (\bar{w}^2 h) \right] \right) \right] = \frac{\mu l^2}{4H^2} U, \quad (2.20)$$

де $U = H \left\{ -(\Omega - \omega_c) \varepsilon \sin \varphi - \dot{\varepsilon} \cos \varphi + \left[-(\dot{\theta}_y + (\Omega - \omega_c) \theta_x) \sin \varphi - (\dot{\theta}_x - (\Omega - \omega_c) \theta_y) \cos \varphi \right] \bar{z} \right\}$.

Тоді рівняння нерозривності (2.3) для короткої шпарини з переважачим осьовим потоком приймає вигляд

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} (\bar{w}h) = -\frac{l}{2} U.$$

Двічі інтегруючи рівняння Рейнольдса (2.20), отримали розподіл тиску в кільцевому каналі:

$$p = \frac{\mu l^2}{4h_*^3} U_z^* - \frac{l}{2} j_0 + \frac{\mu \dot{u}_{0z}}{h_*^3} C_1 + C_2, \quad (2.21)$$

де

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{U}_z = \int_{-1}^{\bar{z}} U d\bar{z}; \\ U_z^* = \int_{-1}^{\bar{z}} k_z \bar{U}_z d\bar{z}; \\ i_{0z} = \int_{-1}^{\bar{z}} k_z d\bar{z}; \\ j_0 = \int_{-1}^{\bar{z}} g d\bar{z}. \end{array} \right. \quad (2.22)$$

h_* – зазор в перерізі кільцевого каналу при $z=0$, м; $k_z = \frac{\lambda_z \text{Re}_z}{8}$; $\text{Re}_z = \frac{\rho 2 h w_z}{\mu}$;

C_1 і C_2 – постійні інтегрування.

Використовували граничні умови для тиску, визначили постійні інтегрування:

$$\begin{aligned} \bar{z} = -1: C_2 &= p_1; \\ \bar{z} = 1: \frac{\mu C_1}{h_*^3} &= \frac{1}{i_0} \left(p_2 - p_1 - \frac{\mu l^2}{4 h_*^3} U_0^* + \frac{l}{2} j_{01} \right), \end{aligned}$$

$$p = \frac{\mu l^2}{4 H^3 y_*^3} \left(U_z^* - \frac{i_{0z}}{i_0} U_0^* \right) - \frac{l}{2} \left(j_0 - \frac{i_{0z}}{i_0} j_{01} \right) - \frac{i_{0z}}{i_0} \Delta p + p_1, \quad (2.23)$$

де

$$\begin{aligned}
 i_0 &= i_{0z}, & (\bar{z} = 1); \\
 U_0^* &= U_z^*, & (\bar{z} = 1); \\
 j_{01} &= j_0, & (\bar{z} = 1).
 \end{aligned}
 \tag{2.24}$$

З урахуванням рівнянь (2.23) система (2.21) прийме наступний вигляд:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{i_0} \Delta p + \frac{\mu l^2}{4H^3 y_*^3} \left(\bar{U}_z - \frac{1}{i_0} U_0^* \right) - \frac{l}{2} \left(g_z - \frac{1}{i_0} j_{01} \right),$$

$$p = p_p + p_d + p_g,$$

де

$$\begin{cases}
 p_p = p_1 - \frac{i_{0z}}{i_0} \Delta p; \\
 p_d = \frac{\mu l^2}{4H^3 y_*^3} \left(U_z^* - \frac{i_{0z}}{i_0} U_0^* \right); \\
 p_g = -\frac{l}{2} \left(j_0 - \frac{i_{0z}}{i_0} j_{01} \right).
 \end{cases}
 \tag{2.25}$$

являють собою компоненти тиску напірної течії p_p , потоку витиснення p_d й тиску p_g , обумовленого інерцією рідини.

Для визначення інтегралів (2.22) та їх значення з рівняння (2.24) необхідно отримати закон зміни осьової швидкості по довжині каналу з урахуванням руху стінок. Інтегруючи по \bar{z} осереднене рівняння нерозривності (2.15) і приймаючи при $\bar{z} = -1$, $w_z = \bar{w}$, отримали:

$$w_z = \bar{w} - 0,5 \frac{l}{h_*} \bar{U}_z, \quad (2.26)$$

Співвідношення (2.26) є рівняння балансу витрат по довжині каналу одиничної ширини з урахуванням витрати витиснення, обумовленого переміщенням внутрішніх стінок каналу і обертанням рідини в ексцентричному зазорі.

Користуючись (2.26) і (2.14), виражали k_z через середню осьову швидкість \bar{w} на вході в канал для автономного режиму течії ($\lambda_x = 0,08$, $\lambda_z = 0,04$) [111].

$$k_z = \frac{\lambda_z \text{Re}_z}{8} = \frac{2\rho h_* w_z}{\mu};$$

$$k_0 = \frac{\lambda_z \text{Re}_0}{8} = \frac{2\rho H w_0}{\mu}.$$

Розділимо вище приведені вирази один на одного і отримаємо:

$$\frac{k_z}{k_0} = \frac{2\rho h_* w_z \mu}{2\rho H w_0 \mu} = \frac{h_* w_z}{H w_0}.$$

Виразимо один коефіцієнт через інший:

$$k_z = k_0 \frac{h_* w_z}{H w_0}.$$

Розпишемо осьову складову швидкості через її осереднене значення:

$$k_z = k_0 \left(\frac{h_* \bar{w}}{H w_0} - \frac{h_* \bar{w} 0,5 l \bar{U}_z}{h_* \bar{w} H w_0} \right) = k_0 \frac{h_* \bar{w}}{H w_0} \left(1 - \frac{0,5 l \bar{U}_z}{h_* \bar{w}} \right).$$

Проведемо перетворення у виразі і запишемо:

$$k_z = k_0 \frac{h_* \bar{w}}{H w_0} (1 - K_1), \quad (2.27)$$

де

$$k_0 = \frac{\lambda_z \text{Re}_0}{8} = 0,005 \text{Re}_0;$$

$$\text{Re}_0 = \frac{\rho 2 H w_0}{\mu};$$

$$K_1 = \frac{0,5 l}{h_* \bar{w}} \bar{U}_z,$$

де w_0 – середня осьова швидкість в концентричному каналі, м/с; Re_0 – число Рейнольдса рідини в концентричному каналі.

Оцінювали порядок коефіцієнта K_1 , приймаючи до уваги, що для короткого зазору, що розглядаємо $l \sim \delta r$, $\omega r \sim u \sim w$, $\omega r \sim \delta w$, $\omega \sim \Omega$, $\varepsilon \sim \delta$.

$$K_1 = \frac{l \omega}{\bar{w}} \varepsilon \sim \delta \cdot \delta \sim \delta^2.$$

Таким чином, якщо не враховувати поправки другого порядку малості рівняння (2.27), то коефіцієнт k_z можна розрахувати згідно рівняння:

$$k_z = k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0}. \quad (2.28)$$

З урахуванням (2.28) шукані інтеграли (2.22) та їх значення з рівняння (2.24) для автономної області турбулентних течій мають наступні значення:

$$i_{0z} = \int_{-1}^{\bar{z}} k_z d\bar{z} = k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0} \int_{-1}^{\bar{z}} d\bar{z} = k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0} \bar{z} \Big|_{-1}^{\bar{z}};$$

$$i_{0z} = k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0} (\bar{z} + 1);$$

$$i_0 = 2k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0};$$

$$\int_{-1}^1 \omega_c \bar{z} = \omega + \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} (1 - e^{-2\chi});$$

Знаходили інтеграли, обумовлені коловою складовою швидкості:

$$\begin{aligned} \bar{U}_z &= H \left\{ \varepsilon \left[\frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} (1 - e^{-\chi(\bar{z}+1)}) + (0,5\omega - \Omega)(\bar{z} + 1) \right] \sin \varphi \right. \\ &+ 0,5(\dot{\theta}_x \cos \varphi + \dot{\theta}_y \sin \varphi)(1 - \bar{z}^2) - \dot{\varepsilon}(\bar{z} + 1) \cos \varphi + 0,5(\theta_y \cos \varphi - \theta_x \sin \varphi) \times \\ &\times \left. \left[(0,5\omega - \Omega)(1 - \bar{z}^2) + 2 \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^2} [\chi - 1 + (1 + \chi\bar{z})e^{-\chi(\bar{z}+1)}] \right] \right\}; \\ \bar{U} &= H \left\{ \varepsilon \left[2(0,5\omega - \Omega) + \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right] \sin \varphi - 2\dot{\varepsilon} \cos \varphi + \right. \\ &+ 0,5(\theta_y \cos \varphi - \theta_x \sin \varphi) \left. \left[2 \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^2} [\chi - 1 + (1 + \chi)e^{-2\chi}] \right] \right\}; \quad (2.29) \\ U_z^* &= k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0} H \left\{ \varepsilon \sin \varphi \left[(0,5\omega - \Omega) \frac{\bar{z}^2 - 1}{2} + \left[(0,5\omega - \Omega) + \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} \right] (\bar{z} + 1) - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^2} (1 - e^{-\chi(\bar{z}+1)}) \Big] + 0,5\dot{\varepsilon} \cos \varphi (\bar{z} + 1)^2 + \frac{1}{6} (\dot{\theta}_x \cos \varphi + \dot{\theta}_y \sin \varphi) \times \\
& \times (2 - \bar{z}^3 + 2\bar{z}) + 0,5(\theta_y \cos \varphi - \theta_x \sin \varphi) \times \left[\frac{1}{3} (0,5\omega - \Omega) (\bar{z} + 1)^2 (2 - \bar{z}) - \right. \\
& \left. - 2 \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^3} [2(\chi - 1) - \chi^2(\bar{z} + 1) + (2 + \chi\bar{z})e^{-\chi(\bar{z}+1)}] \right] \Big\}; \\
U_0^* = k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0} H & \left\{ \varepsilon \sin \varphi \left[2(0,5\omega - \Omega) + 2 \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} - \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] + \right. \\
& + 2\dot{\varepsilon} \cos \varphi + \frac{2}{3} (\dot{\theta}_x \cos \varphi + \dot{\theta}_y \sin \varphi) + (\theta_y \cos \varphi - \theta_x \sin \varphi) \times \\
& \times \left[\frac{2}{3} (0,5\omega - \Omega) - \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^3} [2(\chi - 1) - 2\chi^2 + (2 + \chi)e^{-2\chi}] \right] \Big\};
\end{aligned}$$

Інтегралі, обумовлені інерційними складовими швидкості мають наступні значення:

$$j_0 = \int_{-1}^{\bar{z}} g_z d\bar{z} = j_0^0 + j_0^\varepsilon + j_0^{\dot{\varepsilon}} + j_0^{\ddot{\varepsilon}} + j_0^\theta + j_0^{\dot{\theta}} + j_0^{\ddot{\theta}},$$

де

$$j_0^0 = \int_{-1}^{\bar{z}} g_{z0} d\bar{z} = 0,5\rho w_0^2 H y_* (1 + 0,5\alpha_2 y_*)^2 \alpha (\bar{z} + 1) (\alpha(1 - \bar{z}) - 2) - \text{інтеграл,}$$

обумовлений інерційною складовою швидкості, що виникає від середньої осьової швидкості в концентричному каналі;

$$\begin{aligned}
j_0^\varepsilon &= \int_{-1}^{\bar{z}} g_{z\varepsilon} d\bar{z} = \varepsilon \sin \varphi \frac{\rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times \\
&\times \left(\alpha(0,5\omega - \Omega) \left[(\bar{z} + 1)(\alpha(\bar{z} - 1) + 2) \left[0,5\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right] + \right. \right. \\
&+ 0,5\alpha \frac{\omega_{\text{ax}} - 0,5\omega}{\chi^2} 0,5\zeta_{20} y_*^{-2} (\bar{z} + 1)(\alpha(\bar{z} - 1) + 2) \left. \left((1 - 2\alpha)(1 - e^{-2\chi}) - \alpha^2(1 + e^{-2\chi}) \right) + \right. \\
&\left. \left. - \alpha \frac{\omega_{\text{ax}} - 0,5\omega}{\chi} (\bar{z} + 1)(\alpha(\bar{z} - 1) + 2) 0,5\zeta_{20} y_*^{-2} (1 - \alpha)^2 - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] \right) - \text{інтеграл,}
\end{aligned}$$

обумовлений інерційною складовою швидкості, що виникає від відносного ексцентриситету поверхонь кільцевого каналу;

$$\begin{aligned}
j_0^\varepsilon &= \int_{-1}^{\bar{z}} g_{z\varepsilon} d\bar{z} = \varepsilon \sin \varphi \left\{ \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*) (\bar{z} + 1) (\alpha^2 (\bar{z} - 1 - \bar{z}^2) + 3)}{6Hy_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times \right. \\
&\times \left((0,5\omega - \Omega) \left(0,5\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right) - \right. \\
&\left. \left. - \frac{\omega_{\text{ax}} - 0,5\omega}{\chi^2} \zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) + 2 \frac{\omega_{\text{ax}} - 0,5\omega}{\chi} \left(\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right) \right) \right\} - \\
&- \varepsilon \cos \varphi \frac{\alpha \rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \left[(\bar{z} + 1)(\alpha(\bar{z} - 1) + 2) \left[0,5\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right] - \right.
\end{aligned}$$

інтеграл, обумовлений інерційною складовою швидкості, що виникає від швидкості взаємного переміщення поверхонь кільцевого каналу;

$$j_0^\varepsilon = \int_{-1}^{\bar{z}} g_{z\varepsilon} d\bar{z} = -\varepsilon \cos \varphi \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*) (\bar{z} + 1) (\alpha^2 (\bar{z} - 1 - \bar{z}^2) + 3)}{6Hy_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \left(0,5\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right) -$$

інтеграл, обумовлений інерційною складовою швидкості, що виникає від прискорення відносного переміщення поверхонь кільцевого каналу;

$$j_0^\theta = \int_{-1}^{\bar{z}} g_{z\theta} d\bar{z} = (\theta_x \sin \varphi - \theta_y \cos \varphi) \frac{\alpha \rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{3} (0,5\omega - \Omega) \zeta_{20} y_*^{-2} (0,5\alpha(\bar{z}^2 - 1) + \bar{z} + 1) + (\bar{z} + 1)(\alpha(\bar{z} - 1) + 2) \times \right.$$

$$\times \left[\frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^3} 0,5\zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) - 0,5 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} [0,5\zeta_{20} y_*^{-2} (3 + e^{-2\chi}) - \right.$$

$$\left. \left. - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] + \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 + e^{-2\chi}) \right] \right\} - \text{інтеграл,}$$

обумовлений інерційною складовою швидкості, що виникає від відносного перекошу поверхонь кільцевого каналу;

$$j_0^\theta = \int_{-1}^{\bar{z}} g_{z\theta} d\bar{z} = (\dot{\theta}_x \sin \varphi - \dot{\theta}_y \cos \varphi) \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*) (\bar{z} + 1) (\alpha^2 (\bar{z}^2 - \bar{z} + 1) - 3)}{6H y_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{3} (0,5\omega - \Omega) \zeta_{20} y_*^{-2} - 4 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^3} \zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) + 4 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \times \right.$$

$$\times \left[0,5\zeta_{20} y_*^{-2} (3 + e^{-2\chi}) - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] - 2 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 + e^{-2\chi}) \right] \right\} -$$

$$- (\dot{\theta}_y \sin \varphi + \dot{\theta}_x \cos \varphi) \frac{\alpha w_0 \rho l H (1 - \alpha \bar{z}) (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{9(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \zeta_{20} y_*^{-2} (\alpha(\bar{z}^2 - 1) + 3(\bar{z} + 1))$$

– інтеграл, обумовлений інерційною складовою швидкості, що виникає від кутової швидкості відносного перекошу поверхонь кільцевого каналу;

$$j_0^{\ddot{\theta}} = \int_{-1}^{\bar{z}} g_{z\ddot{\theta}} d\bar{z} = -(\ddot{\theta}_y \sin \varphi + \ddot{\theta}_x \cos \varphi) \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*) (\bar{z} + 1) (\alpha^2 (\bar{z}^2 - \bar{z} + 1) - 3)}{18 H y_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \zeta_{20} y_*^{-2} -$$

інтеграл, обумовлений інерційною складовою швидкості, що виникає від кутового прискорення відносного перекосу поверхонь кільцевого каналу;

Значення інтегралів, обумовлених інерційною складовою швидкості при $\bar{z} = 1$ записали у вигляді суми його складових:

$$j_{01} = j_{01}^0 + j_{01}^\varepsilon + j_{01}^{\dot{\varepsilon}} + j_{01}^{\ddot{\varepsilon}} + j_{01}^\theta + j_{01}^{\dot{\theta}} + j_{01}^{\ddot{\theta}},$$

де

$j_{01}^0 = -2\alpha \rho w_0^2 H y_* (1 + 0,5\alpha_2 y_*)^2$ – значення інтегралу, що обумовлено інерційною складовою швидкості, що виникає від середньої осьової швидкості в концентричному каналі при $\bar{z} = 1$;

$$j_{01}^\varepsilon = \varepsilon \sin \varphi \frac{4\alpha \rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times$$

$$\times \left((0,5\omega - \Omega) \left[0,5\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right] + \frac{\omega_{ex} - 0,5\omega}{\chi^2} 0,5\zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) + \right.$$

$$\left. - 0,5 \frac{\omega_{ex} - 0,5\omega}{\chi} \left[0,5\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] \right) - \text{значення інтегралу, що}$$

обумовлено інерційною складовою швидкості, та виникає від відносного ексцентриситету поверхонь кільцевого каналу при $\bar{z} = 1$;

$$\begin{aligned}
j_{01}^{\dot{\varepsilon}} = & \dot{\varepsilon} \sin \varphi \left\{ \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*)}{2 H y_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times \right. \\
& \times \left(4(0,5\omega - \Omega) \left(1 - \frac{1}{3} \alpha^2 \right) \left(0,5 \zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right) - \right. \\
& \left. - \left(\frac{1}{3} \alpha^4 - \frac{2}{3} \alpha^3 - \frac{2}{3} \alpha^2 + 2\alpha - 1 \right) \frac{\omega_{\text{вх}} - 0,5\omega}{\chi^2} \zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) + \right. \\
& \left. \left. + 2 \frac{\omega_{\text{вх}} - 0,5\omega}{\chi} \left(\left(\frac{1}{3} \alpha^4 - \frac{2}{3} \alpha^3 - \frac{2}{3} \alpha^2 + 2\alpha - 1 \right) \zeta_{20} y_*^{-2} - \left(1 - \frac{1}{3} \alpha^2 \right) \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right) \right) \right\} - \\
& - \dot{\varepsilon} \cos \varphi \frac{4\alpha \rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \left[0,5 \zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right] - \text{значення інтегралу,}
\end{aligned}$$

що обумовлено інерційною складовою швидкості, та виникає від швидкості відносного руху поверхонь кільцевого каналу при $\bar{z} = 1$;

$$j_{01}^{\ddot{\varepsilon}} = -\ddot{\varepsilon} \cos \varphi \frac{2\rho l (1 + \alpha_2 y_*)}{H y_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \left(1 - \frac{1}{3} \alpha^2 \right) \left(0,5 \zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right) -$$

значення інтегралу, що обумовлено інерційною складовою швидкості, та виникає від прискорення відносного руху поверхонь кільцевого каналу при $\bar{z} = 1$;

$$\begin{aligned}
j_{01}^{\theta} = & (\theta_x \sin \varphi - \theta_y \cos \varphi) \frac{\alpha \rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \left\{ \frac{2}{3} (0,5\omega - \Omega) \zeta_{20} y_*^{-2} + \right. \\
& \left. + 2 \frac{\omega_{\text{вх}} - 0,5\omega}{\chi^3} \zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) - 0,5 \frac{\omega_{\text{вх}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[0,5 \zeta_{20} y_*^{-2} (3 + e^{-2\chi}) - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \right] \times \right.
\end{aligned}$$

$\times (1 - e^{-2\chi}) \Big] + + \frac{\omega_{\text{вх}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 + e^{-2\chi}) \right] \Big] \Big\}$ – значення інтегралу, що

обумовлено інерційною складовою швидкості, та виникає від відносного перекосу поверхонь кільцевого каналу при $\bar{z} = 1$;

$$j_{01}^{\dot{\theta}} = (\dot{\theta}_x \sin \varphi - \dot{\theta}_y \cos \varphi) \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*) (\alpha^2 - 3)}{3 H y_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{3} (0,5\omega - \Omega) \zeta_{20} y_*^{-2} + 2 \frac{\omega_{\text{вх}} - 0,5\omega}{\chi^3} \zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) + \right.$$

$$+ \frac{\omega_{\text{вх}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[0,5 \zeta_{20} y_*^{-2} (3 + e^{-2\chi}) - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] +$$

$$\left. + 2 \frac{\omega_{\text{вх}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 + e^{-2\chi}) \right] \right\} -$$

$$- (\dot{\theta}_y \sin \varphi + \dot{\theta}_x \cos \varphi) \frac{2\alpha \omega_0 \rho l H (1 - \alpha \bar{z}) (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{3 (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \zeta_{20} y_*^{-2} - \text{значення}$$

інтегралу, що обумовлено інерційною складовою швидкості, та виникає від кутової швидкості відносного перекосу поверхонь кільцевого каналу при $\bar{z} = 1$;

$$j_{01}^{\ddot{\theta}} = -(\ddot{\theta}_y \sin \varphi + \ddot{\theta}_x \cos \varphi) \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*) (\alpha^2 - 3)}{9 H y_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha (\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \zeta_{20} y_*^{-2} - \text{значення}$$

інтегралу, що обумовлено інерційною складовою швидкості, та виникає від кутового прискорення відносного перекосу поверхонь кільцевого каналу при $\bar{z} = 1$.

Вище приведені вирази дозволяють визначити розподіл тиску в зазорі шпаринного ущільнення.

2.4. Визначення осьової швидкості в каналі ущільнення

Повні втрати в каналі одиничної ширини (рис. 2.4) складаються з вхідних втрат Δp_{11} , втрат на тертя Δp_2 і часткового відновлення швидкісного напору на виході Δp_{12} :

$$\Delta p = \Delta p_{11} + \Delta p_2 - \Delta p_{12}. \quad (2.29)$$

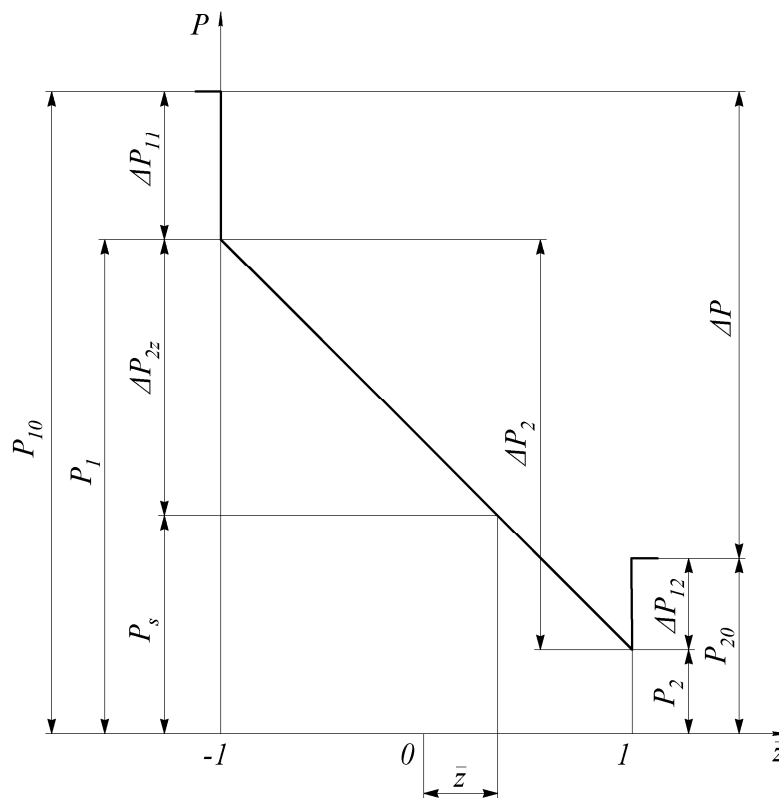


Рис. 2.4. Зміна тиску по довжині каналу ущільнення

Визначали складові втрат (рис. 2.4), використовували вирази осьової швидкості (2.26) і нехтували членами другого порядку малості, отримали:

$$\Delta p_{11} = \frac{\rho}{2} \frac{\zeta_{11}}{(1+\alpha)^2} \bar{w}^2;$$

$$\Delta p_{12} = \frac{\rho}{2} \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \left(\bar{w} - 0,5 \frac{l}{h_*} \bar{U} \right)^2 \approx \frac{\rho}{2} \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \left(\bar{w}^2 - \frac{l}{h_*} \bar{w} \bar{U} \right); \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \Delta p_2 &= \int_{-0,5l}^{0,5l} dp_2 = \int_{-0,5l}^{0,5l} \frac{\rho}{2} w_z^2 d\zeta_2 = \frac{\rho}{2} \frac{\lambda_z}{2h_*} \int_{-0,5l}^{0,5l} w_z^2 dz = \frac{\rho}{2} \zeta_2 0,5 \int_{-1}^1 \left(\bar{w} - 0,5 \frac{l}{h_*} \bar{U} \right)^2 d\bar{z} = \\ &= \frac{\rho}{2} \zeta_2 \bar{w}^2 - \frac{\rho}{2} \zeta_2 \frac{l}{2h_*} \bar{w} U^*, \end{aligned}$$

де

$$\zeta_2 = \frac{\lambda_z l}{2h_*}; \quad d\zeta_2 = \frac{\lambda_z}{2h_*} d\bar{z};$$

$$\begin{aligned} U^* &= \int_{-1}^1 \bar{U}_z d\bar{z} = H \left\{ \varepsilon \sin \varphi \left[2(0,5\omega - \Omega) + 2 \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} - \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] + \right. \\ &\quad \left. + 2\dot{\varepsilon} \cos \varphi + \frac{2}{3} (\dot{\theta}_x \cos \varphi + \dot{\theta}_y \sin \varphi) + (\theta_y \cos \varphi - \theta_x \sin \varphi) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[\frac{2}{3} (0,5\omega - \Omega) - \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^3} [2(\chi - 1) - 2\chi^2 + (2 + \chi)e^{-2\chi}] \right] \right\}. \quad (2.31) \end{aligned}$$

З другої сторони, для каналу з нерухомими стінками:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} w_0^2 \left(\zeta_{11} \frac{1}{(1+\alpha)^2} - \zeta_{12} \frac{1}{(1-\alpha)^2} + \zeta_{20} \right) = \frac{\rho}{2} w_0^2 (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20}). \quad (2.32)$$

де

$$\zeta_{20} = \frac{\lambda_z l}{2H} = y_* \zeta_2. \quad (2.33)$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь (2.30) і (2.33) з урахуванням (2.31), отримали рівняння відносної швидкості на вході в канал \bar{w}

$$\bar{w}^2 - \bar{w} \frac{l \left(0,5 \zeta_2 U^* - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right)}{h_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} - w_0^2 \frac{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} = 0. \quad (2.34)$$

Вважали, що в короткій шпарині $\bar{w} > 0$ і враховували, що $w_0 > 0$ при $p_1 > p_2$, знаходили рішення квадратного рівняння (2.34) визначили осереднену осьову швидкість в каналі ущільнення

$$\bar{w} = \frac{l \left(0,5 \zeta_2 U^* - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right)}{h_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} + \sqrt{w_0^2 \left(\frac{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} + \left[\frac{l \left(0,5 \zeta_2 U^* - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right)}{h_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} \right]^2 \right)}.$$

Враховували, що:

$$\frac{l \left(0,5\zeta_2 U^* - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right)}{h_*(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} \sim \delta w_0,$$

з точністю до членів другого порядку малості рішення квадратного рівняння (2.34) записували у вигляді:

$$\bar{w} = w_0 \sqrt{\frac{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} + \left[\frac{l \left(0,5\zeta_2 U^* - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right)}{h_*(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} \right]^2}.$$

Враховуючи (2.34), розкладали складний знаменник останнього виразу по ступеням y_* і зберігаючи перші два члени розкладення, \bar{w} представили у вигляді:

$$\bar{w} = w_0 (1 + 0,5\alpha_2 y_*) + \frac{l \left(0,5\zeta_2 y_*^{-1} U^* - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right)}{2Hy_*(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} (1 + \alpha_2 y_*), \quad (2.35)$$

де

$$\alpha_2 = \frac{\zeta_{20}}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \quad (2.36)$$

– відношення втрат опору тертя тиску в щілині. Остаточну осьову швидкість в зазорі з урахуванням (2.26) визначали за формулою:

$$w_z = w_0(1 + 0,5\alpha_2 y_*) + \frac{l \left(0,5\zeta_2 y_*^{-1} U^* - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right)}{2Hy_*(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_2)} (1 + \alpha_2 y_*) - 0,5 \frac{l}{h_*} \bar{U}_z. \quad (2.37)$$

Формула (2.37) дозволяє визначити величину осьової складової швидкості в довільному перерізі шпаринного ущільнення.

2.5. Визначення радіальних сил в шпарині циліндричного зазору

Проекції результуючих радіальних сил на осі $0_2 x, 0_2 y$ (рис. 2.1) записували у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= -0,5rl \int_0^{2\pi} f \sin \varphi d\varphi \\ F_y &= 0,5rl \int_0^{2\pi} f \cos \varphi d\varphi \end{aligned} \right\}, \quad (2.38)$$

де

$$\begin{aligned} f &= \int_{-1}^1 p d\bar{z} = f_p + f_d + f_g, \\ f_p &= \int_{-1}^1 p_p d\bar{z}, \quad f_d = \int_{-1}^1 p_d d\bar{z}, \quad f_g = \int_{-1}^1 p_g d\bar{z}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

З урахуванням (2.24) вирази (2.39) приймають вигляд

$$\begin{aligned}
f_p &= 2p_1 - \Delta p_2 \frac{I_0}{i_0} = 2p_1 - \Delta p_2; \\
f_d &= \frac{\mu l^2}{4H^3 y_*^3} \left(U_1^* - \frac{I_0}{i_0} U_0^* \right) = \frac{\mu l^2}{4H^3 y_*^3} (U_1^* - U_0^*); \\
f_g &= -\frac{l}{2} \left(j_1 - \frac{I_0}{i_0} j_{01} \right) = -\frac{l}{2} (j_1 - j_{01}),
\end{aligned} \tag{2.40}$$

де

$$\begin{aligned}
I_0 &= \int_{-1}^1 i_{0z} d\bar{z} = 2k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0}; \\
U_1^* &= \int_{-1}^1 U_z^* d\bar{z} = k_0 y_* \frac{\bar{w}}{w_0} H \left\{ \varepsilon \sin \varphi \left[\frac{2}{3} (0,5\omega - \Omega) + \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] + \right. \\
&\quad \left. + 1\frac{1}{3} \varepsilon \cos \varphi + \frac{2}{3} (\dot{\theta}_x \cos \varphi + \dot{\theta}_y \sin \varphi) + 0,5(\theta_x \sin \varphi - \theta_y \cos \varphi) \times \right. \\
&\quad \left. \times \left[1\frac{1}{3} (0,5\omega - \Omega) - 2 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^3} \left[4\chi - 2\chi^2 - 5 - e^{-2\chi} + \frac{3}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right] \right] \right\}; \\
j_1 &= \int_{-1}^1 j_0 d\bar{z} = j_1^0 + j_1^\varepsilon + j_1^\xi + j_1^\ddot{\xi} + j_1^\theta + j_1^{\dot{\theta}} + j_1^{\ddot{\theta}},
\end{aligned} \tag{2.41}$$

де

$$j_1^0 = \int_{-1}^1 j_0^0 d\bar{z} = \frac{2}{3} \alpha \rho w_0^2 H y_* (1 + 0,5\alpha_2 y_*^2) (\alpha - 3) \quad - \text{інтеграл, взятий від}$$

складової j_0^0 ;

$$\begin{aligned}
j_1^\varepsilon &= \int_{-1}^1 j_0^\varepsilon d\bar{z} = \varepsilon \sin \varphi \frac{2\alpha \rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{3(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} (2(0,5\omega - \Omega)(3 - \alpha) \times \\
&\quad \times \left[0,5\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - \alpha)^2} \right] + \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} 0,5\zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) (3 + 7\alpha + 5\alpha^2 + \alpha^3) +
\end{aligned}$$

$$+ \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} (3 - \alpha) \left[0,5\zeta_{20}y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - \alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] \Bigg) - \text{інтеграл, взятий від}$$

складової j_0^ε ;

$$j_1^\varepsilon = \int_{-1}^1 j_0^\varepsilon d\bar{z} = \dot{\varepsilon} \sin \varphi \left\{ \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*)}{6Hy_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} (4(0,5\omega - \Omega)(3 - \alpha^2) \times \right. \\ \times \left(0,5\zeta_{20}y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - \alpha)^2} \right) + (3 - 6\alpha + 2\alpha^2 + 2\alpha^3 - \alpha^4) \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^2} \zeta_{20}y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) - \\ \left. - 2(3 - \alpha^2) \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} \left(\zeta_{20}y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - \alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right) \right) \Bigg\} - \\ - \dot{\varepsilon} \cos \varphi \frac{4\alpha\rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{3(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} (3 - \alpha) \left[0,5\zeta_{20}y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - \alpha)^2} \right] -$$

інтеграл, взятий від складової j_0^ε ;

$$j_1^\varepsilon = \int_{-1}^1 j_0^\varepsilon d\bar{z} = -\dot{\varepsilon} \cos \varphi \frac{2\rho l (1 + \alpha_2 y_*)}{3Hy_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} (3 - \alpha^2) \times \\ \times \left(0,5\zeta_{20}y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - \alpha)^2} \right) - \text{інтеграл, взятий від складової } j_0^\varepsilon;$$

$$j_1^\theta = \int_{-1}^1 j_0^\theta d\bar{z} = (\theta_x \sin \varphi - \theta_y \cos \varphi) \frac{\alpha\rho w_0 l (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times \\ \times \left\{ \frac{2}{3} (0,5\omega - \Omega) \zeta_{20}y_*^{-2} + 2 \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^3} \zeta_{20}y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) - \right.$$

$$-0,5 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[0,5\zeta_{20}y_*^{-2}(3 + e^{-2\chi}) - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2}(1 - e^{-2\chi}) \right] +$$

$$+ \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\zeta_{20}y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2}(1 + e^{-2\chi}) \right] \Bigg\} - \text{інтеграл, взятий від складової } j_0^\theta;$$

$$j_1^\theta = \int_{-1}^1 j_0^\theta d\bar{z} = (\dot{\theta}_x \sin \varphi - \dot{\theta}_y \cos \varphi) \frac{\rho l (1 + \alpha_2 y_*) (\alpha^2 - 3)}{3H y_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{3} (0,5\omega - \Omega) \zeta_{20} y_*^{-2} + \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^3} \alpha \zeta_{20} y_*^{-2} (1 - e^{-2\chi}) + \right.$$

$$+ \alpha \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[0,5\zeta_{20} y_*^{-2} (3 + e^{-2\chi}) - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] +$$

$$\left. + \alpha \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\zeta_{20} y_*^{-2} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} (1 + e^{-2\chi}) \right] \right\} -$$

$$- (\dot{\theta}_y \sin \varphi + \dot{\theta}_x \cos \varphi) \frac{2\alpha w_0 \rho l H (1 + 1,5\alpha_2 y_* + 0,5\alpha_2^2 y_*^2)}{9(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \zeta_{20} y_*^{-2} (3 - \alpha) - \text{інтеграл, взятий}$$

від складової j_0^θ ;

$$j_1^{\ddot{\theta}} = \int_{-1}^1 j_0^{\ddot{\theta}} d\bar{z} = -(\ddot{\theta}_y \sin \varphi + \ddot{\theta}_x \cos \varphi) \frac{2\rho l (1 + \alpha_2 y_*) (\alpha^2 - 3)}{9H y_* (\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})} \zeta_{20} y_*^{-2} -$$

інтеграл, взятий від складової $j_0^{\ddot{\theta}}$.

Радіальні сили визначаються інтегруванням виразів (2.38) з урахуванням (2.39) – (2.41).

Визначали складові гідродинамічних сил, обумовлених складовими елементарної сили потоку витискання f_d :

$$\begin{aligned}
 F_{dx} &= \frac{\mu r l^3 k_0}{12H^2} \left\{ \varepsilon \sin \varphi \left[(0,5\omega - \Omega)(1 - e^{-2\chi}) + 1,5 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 + e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi}(1 - e^{-2\chi}) \right] \right] \right. \\
 &\quad \left. - \dot{\varepsilon} \cos \varphi + 1,5(\theta_x \sin \varphi - \theta_y \cos \varphi) \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 - e^{-2\chi}) \left(1 - \frac{3}{\chi^2} \right) + \frac{3}{\chi}(1 + e^{-2\chi}) \right] \right\} \times \\
 &\quad \times \int_0^{2\pi} \frac{\bar{w}}{w_0 y_*^2} \sin \varphi d\varphi; \\
 F_{dy} &= -\frac{\mu r l^3 k_0}{12H^2} \left\{ \varepsilon \sin \varphi \left[(0,5\omega - \Omega)(1 - e^{-2\chi}) + 1,5 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 + e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi}(1 - e^{-2\chi}) \right] \right] \right. \\
 &\quad \left. - \dot{\varepsilon} \cos \varphi + 1,5(\theta_x \sin \varphi - \theta_y \cos \varphi) \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 - e^{-2\chi}) \left(1 - \frac{3}{\chi^2} \right) + \frac{3}{\chi}(1 + e^{-2\chi}) \right] \right\} \times \\
 &\quad \times \int_0^{2\pi} \frac{\bar{w}}{w_0 y_*^2} \cos \varphi d\varphi.
 \end{aligned}$$

Підставляючи значення \bar{w} в приведені вище рівняння з (2.35), розкладаючи в ряд знаменник підінтегрального виразу і нехтуючи перед інтегруванням членами другого порядку малості, отримали сили потоку витискання:

$$\begin{aligned}
 F_{dx} &= k_{d1} \left\{ \varepsilon H \left[(0,5\omega - \Omega) + 1,5 \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 + e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi}(1 - e^{-2\chi}) \right] \right] + \right. \\
 &\quad \left. + 1,5\theta_x H \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 - e^{-2\chi}) \left(1 - \frac{3}{\chi^2} \right) + \frac{3}{\chi}(1 + e^{-2\chi}) \right] \right\}; \tag{2.42} \\
 F_{dy} &= k_{d1} \left\{ \dot{\varepsilon} H + 1,5\theta_y H \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 - e^{-2\chi}) \left(1 - \frac{3}{\chi^2} \right) + \frac{3}{\chi}(1 + e^{-2\chi}) \right] \right\},
 \end{aligned}$$

де

$$k_{d1} = \frac{\pi r l^3}{850 H^2} \sqrt{\frac{\rho \Delta p}{\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\theta_0(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20}}} (1 + 0,5\alpha_2). \quad (2.43)$$

Друга складова радіальних сил в шпаринному ущільненні – гідростатична – визначається складовою f_p в системі (2.40). Приймаючи до уваги, що цю силу визначали з рівнянь (2.30), (2.31) і рис. 2.4,

$$\begin{aligned} f_p &= 2p_1 - \Delta p_2 \approx p_{10} + p_{20} - \frac{\rho}{2} \left[\frac{\zeta_{11}}{(1+\alpha)^2} \bar{w}^2 + \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \left(\bar{w} - 0,5 \frac{l}{h_*} \bar{U} \right)^2 \right] \approx \\ &\approx p_{10} + p_{20} - \frac{\rho}{2} \left[\bar{w}^2 (\zeta_{11} + \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} - \zeta_{12})) + \frac{l}{Hy_*} \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{w} \bar{U} \right]. \end{aligned}$$

Використовували (2.35), виражали елементарну гідростатичну силу через швидкість потоку в коаксіальному каналі з нерухомими стінками, нехтуючи малими членами

$$\begin{aligned} f_p &= p_{10} + p_{20} - \frac{\rho}{2} \{ \bar{w}_0^2 (1 + \alpha_2 y_*) (\zeta_{11} + \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} - \zeta_{12})) + \\ &+ \bar{w}_0 \frac{l}{Hy_*} (1 + 0,5\alpha_2 y_*) \left[\alpha_1 (1 + \alpha_2 y_*) \left(0,5\zeta_{20} y_*^{-2} U^* - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right) - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \bar{U} \right] \}, \end{aligned}$$

де

$$\alpha_1 = \frac{\zeta_{11} + \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} - \zeta_{12})}{(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})}. \quad (2.44)$$

Визначали гідростатичну радіальну силу:

$$F_{px} = 0,25\pi r l \rho \bar{w}_0 \frac{l}{H} (1 + 0,5\alpha_2 y_*) \left[\alpha_1 (1 + \alpha_2) \left(0,5\zeta_{20} y_*^{-2} \frac{U^*}{\sin \varphi} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \frac{\bar{U}}{\sin \varphi} \right) - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \frac{\bar{U}}{\sin \varphi} \right] \varepsilon; \quad (2.45)$$

$$F_{py} = -0,25\pi r l \rho \alpha_2 (\zeta_{11} + \zeta_{12} - 2\alpha(\zeta_{11} - \zeta_{12})) \bar{w}_0^2 \varepsilon - 0,25\pi r l \rho \bar{w}_0 \frac{l}{H} (1 + 0,5\alpha_2 y_*) \left[\alpha_1 (1 + \alpha_2) \left(0,5\zeta_{20} y_*^{-2} \frac{U^*}{\cos \varphi} - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \frac{\bar{U}}{\cos \varphi} \right) - \frac{\zeta_{12}}{(1-\alpha)^2} \frac{\bar{U}}{\cos \varphi} \right] \varepsilon.$$

Перетворювали (2.45) з урахуванням (2.29), (2.32), (2.44), отримали гідростатичні складові радіальних сил в зазорі:

$$F_{px} = k_{d1} 600 \frac{H}{l} \left[\varepsilon H \left\{ (0,5\omega - \Omega) \left[\alpha_1 (1 + \alpha_2) \left(0,5\zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] + \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{2\chi} \left[\alpha_1 (1 + \alpha_2) \left(0,5\frac{\zeta_{20}}{\chi} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) (1 - e^{-2\chi}) - \alpha_1 (1 + \alpha_2) \zeta_{20} \right] \right\} - \right. \\ \left. - \frac{1}{6} \dot{\theta}_y \alpha_1 (1 + \alpha_2) \zeta_{20} + \theta_x \sin \varphi \left\{ \frac{1}{6} (0,5\omega - \Omega) \alpha_1 (1 + \alpha_2) \zeta_{20} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} \alpha_1 (1 + \alpha_2) \left[\zeta_{20} \left(1 - 0,5\frac{1}{\chi} (3 + e^{-2\chi}) + \frac{1}{\chi^2} (1 - e^{-2\chi}) \right) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(1 + e^{-2\chi} - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right) \right] - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(1 + e^{-2\chi} - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right) \right\} \right]; \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned}
F_{py} = & -k_{s1}\varepsilon H + k_{d1}600\frac{H}{l}\left\{\dot{\varepsilon}H\left[\alpha_1(1+\alpha_2)\left(0,5\zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)}\right) - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)}\right] + \right. \\
& + \frac{1}{6}\dot{\theta}_x \cos\varphi\alpha_1(1+\alpha_2)\zeta_{20} + \theta_y \cos\varphi\left\{\frac{1}{6}(0,5\omega - \Omega)\alpha_1(1+\alpha_2)\zeta_{20} - \right. \\
& - \frac{\omega_{ex} - 0,5\omega}{\chi}\alpha_1(1+\alpha_2)\left[\zeta_{20}\left(1 - 0,5\frac{1}{\chi}(3 + e^{-2\chi}) + \frac{1}{\chi^2}(1 - e^{-2\chi})\right) - \right. \\
& \left. \left. - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)}\left(1 + e^{-2\chi} - \frac{1}{\chi}(1 - e^{-2\chi})\right)\right]\right\} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)}\left(1 + e^{-2\chi} - \frac{1}{\chi}(1 - e^{-2\chi})\right)\left.\right\}, \quad (2.47)
\end{aligned}$$

де

$$k_{s1} = \frac{\pi r l}{2H} \Delta p \alpha_1 \alpha_2. \quad (2.48)$$

Визначали проекції інерційних сил, обумовлену складовими елементарної сили f_g :

Проекція інерційної сили, обумовлена осьовою течією рідини в зазорі:

$$F_{g0y} = -\frac{2}{3}k_{s1}l(\theta_0 + \theta_x)^2 H^3(1 + \alpha_2)\varepsilon. \quad (2.49)$$

Проекції інерційних сил на осі $\theta_2 x, \theta_2 y$ (рис. 2.1), обумовлені радіальними переміщеннями поверхонь зазору:

$$F_{gex} = k_{g1}\dot{\varepsilon}\left\{(0,5\omega - 2\Omega)\left(0,5\zeta_{20} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)}\right)\left(0,4\alpha^2 - \frac{2}{3}\right) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi} \left\{ \frac{\zeta_{20}}{\chi} \left(\frac{1}{3} - 0,5 \frac{1}{\chi} (1 + e^{-2\chi}) - 0,2\alpha^2 \right) - \frac{\zeta_{12}}{\chi^2 (1 - 2\theta_0)} e^{-2\chi} + \right. \\
& + \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi^3} + \frac{\zeta_{12}}{\chi(1 - 2\theta_0)} \right] (1 - e^{-2\chi}) - 3\alpha^2 \frac{1}{\chi^4} \left(\frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) (1 - e^{-2\chi}) + \\
& + \alpha^2 \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) \left[\frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) - 3 \frac{1}{\chi^2} (1 - e^{-2\chi}) + 6 \frac{1}{\chi^3} (1 + e^{-2\chi}) \right] \left. \right\} + \\
& + k_{g2} \varepsilon H \left\{ (0,5\omega - \Omega) \left[\left(\zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) \left(1 - \frac{2}{3} \alpha^2 \right) - 2\alpha \left(\frac{1}{3} \zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) \right] \right\} + \\
& + \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\alpha \left[\frac{1}{3} \zeta_{20} - 4 \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right] + \frac{1}{3} \alpha^2 \zeta_{20} + \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) \times \right. \\
& \times \left\{ \left(1 + \alpha \frac{1}{\chi} \right) \left[\frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) - (1 + e^{-2\chi}) \right] + \alpha^2 \left[\left(\frac{1}{3} + e^{-2\chi} \right) + 2 \frac{1}{\chi} \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \left[2 \frac{1}{\chi} \left[(1 + e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right] - (1 - e^{-2\chi}) \right] \right] \right\} \left. \right]; \tag{2.51}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{\text{gey}} & = k_{g1} \ddot{\varepsilon} \left(0,5 \zeta_{20} + \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) \left(0,4\alpha^2 - \frac{2}{3} \right) + \\
& + k_{g2} \dot{\varepsilon} H \left[\left(\zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) \left(1 - \frac{2}{3} \alpha^2 \right) - 2\alpha \left(\frac{1}{3} \zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) \right] + \\
& + k_{g1} \varepsilon \left\{ (0,5\omega\Omega - \Omega^2) \left(0,5 \zeta_{20} + \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) \left(0,4\alpha^2 - \frac{2}{3} \right) + \right. \\
& + \Omega \frac{\omega_{\text{ex}} - 0,5\omega}{\chi} \left\{ \frac{\zeta_{20}}{\chi} \left(\frac{1}{3} - 0,5 \frac{1}{\chi} (1 + e^{-2\chi}) - 0,2\alpha^2 \right) - \frac{\zeta_{12}}{\chi^2 (1 - 2\theta_0)} e^{-2\chi} + \right. \\
& + \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi^3} + \frac{\zeta_{12}}{\chi(1 - 2\theta_0)} \right] (1 - e^{-2\chi}) - 3\alpha^2 \frac{1}{\chi^4} \left(\frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) (1 - e^{-2\chi}) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \alpha^2 \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left[\frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) - 3 \frac{1}{\chi^2} (1 - e^{-2\chi}) + 6 \frac{1}{\chi^3} (1 + e^{-2\chi}) \right] \Bigg\} + \\
& \quad + k_{g2} \varepsilon H \left\{ (0,5\omega - \Omega) \left[\left(\zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left(1 - \frac{2}{3} \alpha^2 \right) - \right. \right. \\
& \quad - 2\alpha \left(\frac{1}{3} \zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \Bigg] + \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} \left[\alpha \left[\frac{1}{3} \zeta_{20} - 4 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] + \frac{1}{3} \alpha^2 \zeta_{20} + \right. \\
& \quad + \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left\{ \left(1 + \alpha \frac{1}{\chi} \right) \left[\frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) - (1 + e^{-2\chi}) \right] + \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \alpha^2 \left[\left(\frac{1}{3} + e^{-2\chi} \right) + 2 \frac{1}{\chi} \left[2 \frac{1}{\chi} \left[(1 + e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right] - (1 - e^{-2\chi}) \right] \right] \right\} \right\}.
\end{aligned}$$

Проекції інерційних сил на осі $0_2x, 0_2y$ (рис. 2.1), обумовлені відносними перекосами поверхонь зазору:

$$\begin{aligned}
F_{g_{9x}} &= k_{g1} \left\{ \left[\ddot{\theta}_y + (0,5\omega\Omega - \Omega^2)\theta_y - (0,5\omega - 2\Omega)\dot{\theta}_x \right] \frac{1}{15} \zeta_{20} \left(2 - 1 \frac{1}{7} \alpha^2 \right) + \right. \\
& + \left(\Omega \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} \theta_y - \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} \dot{\theta}_x \right) \left[\zeta_{20} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \left[\frac{1}{3} - 0,2\alpha^2 \right] + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} (\alpha^2 - 4) + \right. \\
& + \frac{1}{\chi} (\alpha^2 - 1) \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) (1 - e^{-2\chi}) + \frac{1}{\chi^2} \left[2 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 3 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left((1 + e^{-2\chi}) - \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right) + \alpha^2 \frac{1}{\chi^2} \left(3 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 5 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left[3 \frac{1}{\chi} \left(1 + 2 \frac{1}{\chi^2} \right) (1 - e^{-2\chi}) - \right. \\
& \quad \left. \left. - \left[1 + 6 \frac{1}{\chi^2} \right] (1 + e^{-2\chi}) \right] \right\} + k_{g2} \left\{ - \left[\dot{\theta}_y + (0,5\omega - \Omega)\theta_y - (0,5\omega - \Omega)\theta_x \right] \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} \alpha^2 \zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) - \frac{2}{15} \alpha \left(\zeta_{20} + 2\alpha \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \right] + \left(\frac{\omega_{gx} - 0,5\omega}{\chi} \theta_y - \right. \\
& \left. - \frac{\omega_{gx} - 0,5\omega}{\chi} \theta_x \right) \left[\zeta_{20} \left[\alpha \left(\frac{1,5}{\chi} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{\chi^2} \left(1 + \frac{1}{\chi} e^{-2\chi} \right) - \alpha^2 \left(\frac{1}{3} + 0,5 \frac{1}{\chi} - 0,5 \frac{1}{\chi^2} e^{-2\chi} \right) \right] + \right. \\
& \left. + \frac{2}{3} \alpha^2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(1 + \frac{1}{\chi} \right) e^{-2\chi} + \frac{1}{\chi^2} \left[\zeta_{20} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \times (1 - e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi} \times \right. \quad (2.52) \\
& \left. \times \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] (1 + e^{-2\chi}) + \alpha \left[\frac{\zeta_{20}}{\chi} \left(2 \frac{1}{\chi^2} + 0,5\alpha \right) + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(3 \frac{1}{\chi^2} + \alpha \frac{1}{3} \right) \right] \times \right. \\
& \left. \times \left[\frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) - (1 + e^{-2\chi}) \right] + \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left[\left(\frac{1}{\chi^2} + \alpha \frac{1}{\chi} + 1 \right) (1 - e^{-2\chi}) + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2\alpha^2 \frac{1}{\chi} (1 + e^{-2\chi}) \right] + \alpha^2 \frac{1}{\chi^2} \left[5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 8 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left[\left[2 \frac{1}{\chi} (1 + e^{-2\chi}) - \left(1 + 2 \frac{1}{\chi^2} \right) (1 - e^{-2\chi}) \right] \right] \right\};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{g_{\theta y}} &= k_{g1} \left\{ \left[\ddot{\theta}_x + (0,5\omega\Omega - \Omega^2)\theta_x + (0,5\omega - 2\Omega)\dot{\theta}_y \right] \frac{1}{15} \zeta_{20} \left(2 - 1 \frac{1}{7} \alpha^2 \right) + \right. \\
& + \left(\Omega \frac{\omega_{gx} - 0,5\omega}{\chi} \theta_x + \frac{\omega_{gx} - 0,5\omega}{\chi} \dot{\theta}_y \right) \left[\zeta_{20} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \left[\frac{1}{3} - 0,2\alpha^2 \right] + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} (\alpha^2 - 4) + \right. \\
& + \frac{1}{\chi} (\alpha^2 - 1) \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) (1 - e^{-2\chi}) + \frac{1}{\chi^2} \left[2 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 3 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left((1 + e^{-2\chi}) - \right. \\
& \left. - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right) + \alpha^2 \frac{1}{\chi^2} \left(3 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 5 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left[3 \frac{1}{\chi} \left(1 + 2 \frac{1}{\chi^2} \right) (1 - e^{-2\chi}) - \left[1 + 6 \frac{1}{\chi^2} \right] \times \right. \\
& \left. \times (1 + e^{-2\chi}) \right] \left. \right\} + k_{g2} \left\{ - \left[\dot{\theta}_x + (0,5\omega - \Omega)\theta_x + (0,5\omega - \Omega)\theta_y \right] \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} \alpha^2 \zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) - \right. \right. \\
& \left. - \frac{2}{15} \alpha \left(\zeta_{20} + 2\alpha \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \right] + \left(\frac{\omega_{gx} - 0,5\omega}{\chi} \theta_x + \frac{\omega_{gx} - 0,5\omega}{\chi} \theta_y \right) \left[\zeta_{20} \left[\alpha \left(\frac{1,5}{\chi} - \frac{1}{3} \right) - \right. \right. \\
& \left. - \frac{1}{\chi^2} \left(1 + \frac{1}{\chi} e^{-2\chi} \right) - \alpha^2 \left(\frac{1}{3} + 0,5 \frac{1}{\chi} - 0,5 \frac{1}{\chi^2} e^{-2\chi} \right) \right] + \frac{2}{3} \alpha^2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(1 + \frac{1}{\chi} \right) e^{-2\chi} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\chi^2} \left[\frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] (1-e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi} \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] (1+e^{-2\chi}) + \\
& + \alpha \left[\frac{\zeta_{20}}{\chi} \left(2 \frac{1}{\chi^2} + 0,5\alpha \right) + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(3 \frac{1}{\chi^2} + \alpha \frac{1}{3} \right) \right] \left[\frac{1}{\chi} (1-e^{-2\chi}) - (1+e^{-2\chi}) \right] + \\
& + \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left[\left(\frac{1}{\chi^2} + \alpha \frac{1}{\chi} + 1 \right) (1-e^{-2\chi}) + 2\alpha^2 \frac{1}{\chi} (1+e^{-2\chi}) \right] + \\
& + \alpha^2 \frac{1}{\chi^2} \left[5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 8 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left[2 \frac{1}{\chi} (1+e^{-2\chi}) - \left(1 + 2 \frac{1}{\chi^2} \right) (1-e^{-2\chi}) \right] \Bigg\},
\end{aligned}$$

де коефіцієнти:

$$\begin{aligned}
k_{g1} &= \frac{\rho \pi r l^3 (1 + \alpha_2)}{8H(\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\theta_0(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20})}; \\
k_{g2} &= \frac{300k_{d1}(1 + 1,5\alpha_2)}{(1 + 0,5\alpha_2)\sqrt{\zeta_{11} - \zeta_{12} - 2\theta_0(\zeta_{11} + \zeta_{12}) + \zeta_{20}}} \sqrt{\frac{H^3}{l^3}}.
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Таким чином, на ротор, який має прецесію в шпаринному ущільненні діють сили витискання F_{dx} , F_{dy} , пружні складові сил F_{px} , F_{py} та інерційні складові сил F_{gx} , F_{gy} , що визначаються рівняннями (2.43), (2.47), (2.48), (2.50) – (2.52).

Аналітичні вирази для визначення радіальних сил, що діють в шпаринному зазорі відрізняються від формул розрахунку наведених в роботах [109], [134] в автомобельній області турбулентної течії можливістю урахування довільного значення вхідної крутки потоку рідини на вході в шпарину. Указані методики побудовані на припущеннях, що середня колова частота обертання потоку дорівнює своєму усталеному значенню і складає $\omega_0 = 0,5\omega$. В роботі [72]

отримані вирази лише для циліндричних ущільнень, без урахування сил обумовлених інерційними складовими. Також в указаній роботі відсутні вирази для випадків кутових коливань однієї зі стінок ущільнення.

Проекції отриманих сил після приведення до нерухомої системи координат повинні виражатися через проекції радіальних і кутових зміщень, швидкостей і прискорень. В системі координат (x, y) $e = -y$, $\Delta_y = \vartheta_x$, $\Delta_x = \vartheta_y$, $\Omega e = \dot{x}$, $\dot{e} = -\dot{y}$, $\dot{\vartheta}_x - \Omega \vartheta_y = \dot{\Delta}_x$, $\dot{\vartheta}_y + \Omega \vartheta_x = \dot{\Delta}_y$, $2\Omega \dot{e} = \ddot{x}$, $\Omega^2 e - \ddot{e} = \ddot{y}$, $\ddot{\vartheta}_x - \Omega^2 \vartheta_x - 2\Omega \dot{\vartheta}_y = \ddot{\Delta}_x$, $\ddot{\vartheta}_y - \Omega^2 \vartheta_y + 2\Omega \dot{\vartheta}_x = \ddot{\Delta}_y$.

Сумуючі складові, що визначаються формулами (2.43), (2.47), (2.48), (2.50) – (2.52) отримали проекції радіальних сил на осі:

$$\left. \begin{aligned} -F_x &= m_* \ddot{x} + b_1 \dot{x} + g_1 y + q_1 y + \Delta F_x \\ -F_y &= m_* \ddot{y} + b_1 \dot{y} - g_1 x + k_{p1} y + \Delta F_y \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta F_x &= \bar{m}_* \ddot{\Delta}_x + \bar{b}_1 \dot{\Delta}_x + \bar{g}_1 \dot{\Delta}_y + \bar{q}_1 \Delta_x \\ \Delta F_y &= \bar{m}_* \ddot{\Delta}_y + \bar{b}_1 \dot{\Delta}_y - \bar{g}_1 \dot{\Delta}_x + k_{p1} \Delta_y \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

де

$$k_{p1} = k_{s1} \left(1 + \frac{2}{3} \theta_0^2 l H^2 (1 + \alpha_2) \right) - \text{коефіцієнт гідродинамічних сил};$$

$$b_1 = k_{d1} \left\{ 1 + 600 \frac{H}{l} \left[\alpha_1 (1 + \alpha_2) \left(0,5 \zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right) - \frac{\zeta_{12}}{(1 - 2\theta_0)} \right] \right\} +$$

$$+ 2k_{g2} \left[\left(\zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left(1 - \frac{2}{3} \theta_0^2 \right) - 2\theta_0 \left(\frac{1}{3} \zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \right]$$

– коефіцієнт демпфування;

$$\begin{aligned} q_1 = & k_{d1} \left[0,5\omega + 1,5 \frac{\omega_{ex} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 + e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right] \right] + \\ & + 600 \frac{H}{l} \left\{ \left[\alpha_1 (1 + \alpha_2) \left(0,5\zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] 0,5\omega - \right. \\ & \left. - \frac{\omega_{ex} - 0,5\omega}{2\chi} \left[\alpha_1 (1 + \alpha_2) \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) (1 - e^{-2\chi}) - \alpha_1 (1 + \alpha_2) \zeta_{20} \right] \right\} + \\ & + k_{g2} \left\{ 0,5\omega \left[\left(\zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left(1 - \frac{2}{3} \theta_0^2 \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2\theta_0 \left(\frac{1}{3} \zeta_{20} - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \right] + \frac{\omega_{ex} - 0,5\omega}{\chi} \left[\theta_0 \left[\frac{1}{3} \zeta_{20} - 4 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] + \frac{1}{3} \theta_0^2 \zeta_{20} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left\{ \left(1 + \theta_0 \frac{1}{\chi} \right) \left[\frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) - (1 + e^{-2\chi}) \right] \right\} \right] + \right. \\ & \left. \left. + \theta_0^2 \left[\left(\frac{1}{3} + e^{-2\chi} \right) + 2 \frac{1}{\chi} \left[2 \frac{1}{\chi} \left[(1 + e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right] - (1 - e^{-2\chi}) \right] \right] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.53)$$

– коефіцієнт циркуляційних сил;

$$g_1 = k_{g1} \left\{ 0,5\omega \left(0,5\zeta_{20} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left(0,4\theta_0^2 - \frac{2}{3} \right) - \frac{\omega_{ex} - 0,5\omega}{\chi} \left\{ \frac{\zeta_{20}}{\chi} \left(\frac{1}{3} - \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& -0,5 \frac{1}{\chi} (1 + e^{-2\chi}) - 0,2\theta_0^2 \left) - \frac{\zeta_{12}}{\chi^2(1-2\theta_0)} e^{-2\chi} + \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi^3} + \frac{\zeta_{12}}{\chi(1-2\theta_0)} \right] (1 - e^{-2\chi}) - \\
& - 3\theta_0^2 \frac{1}{\chi^4} \left(\frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) (1 - e^{-2\chi}) + \theta_0^2 \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left[\frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) - \right. \\
& \left. - 3 \frac{1}{\chi^2} (1 - e^{-2\chi}) + 6 \frac{1}{\chi^3} (1 + e^{-2\chi}) \right] \left. \right\} - \text{коєфіцієнт гіроскопічних сил};
\end{aligned}$$

$$m_* = 2k_{g1} \left(0,5\zeta_{20} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left(0,4\theta_0^2 - \frac{2}{3} \right) - \text{приєднана маса.}$$

Для кутових перекосів коєфіцієнти визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}
\bar{b}_1 = 100k_{d1}\alpha_1(1+\alpha_2)\zeta_{20} - k_{g2} \frac{l}{2H} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\theta_0^2\zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) - \right. \\
\left. - \frac{2}{15}\theta_0 \left(\zeta_{20} + 2\theta_0 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \right]
\end{aligned}$$

– коєфіцієнт демпфування для кутових перекосів;

$$\begin{aligned}
\bar{q}_1 = k_{d1} \left\{ \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi^2} \left[(1 - e^{-2\chi}) \left(1 - \frac{3}{\chi^2} \right) + \frac{3}{\chi} (1 + e^{-2\chi}) \right] + 300 \left\{ \frac{1}{12} \omega \alpha_1 (1 + \alpha_2) \zeta_{20} - \right. \right. \\
\left. - \frac{\omega_{ax} - 0,5\omega}{\chi} \alpha_1 (1 + \alpha_2) \left[\zeta_{20} \left(1 - 0,5 \frac{1}{\chi} (3 + e^{-2\chi}) \right) + \frac{1}{\chi^2} (1 - e^{-2\chi}) \right] - \right. \\
\left. - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(1 + e^{-2\chi} - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right) \right] \left. - \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(1 + e^{-2\chi} - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right) \right\} + \\
+ \frac{l}{2H} k_{g2} \left\{ -\omega \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\theta_0^2\zeta_{20} - 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) - \frac{2}{15}\theta_0 \left(\zeta_{20} + 2\alpha \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \right] + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \frac{\omega_{\text{ax}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\zeta_{20} \left[\theta_0 \left(\frac{1,5}{\chi} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{\chi^2} \left(1 + \frac{1}{\chi} e^{-2\chi} \right) - \theta_0^2 \left(\frac{1}{3} + 0,5 \frac{1}{\chi} - 0,5 \frac{1}{\chi^2} e^{-2\chi} \right) \right] + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{3} \theta_0^2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(1 + \frac{1}{\chi} \right) e^{-2\chi} + \frac{1}{\chi^2} \left[\frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] (1 - e^{-2\chi}) - \right. \\
& - \frac{1}{\chi} \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 2 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] (1 + e^{-2\chi}) + \theta_0 \left[\frac{\zeta_{20}}{\chi} \left(2 \frac{1}{\chi^2} + 0,5\theta_0 \right) + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \left(3 \frac{1}{\chi^2} + \theta_0 \frac{1}{3} \right) \right] \times \\
& \quad \times \left[\frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) - (1 + e^{-2\chi}) \right] + \left[0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left[\left(\frac{1}{\chi^2} + \theta_0 \frac{1}{\chi} + 1 \right) (1 - e^{-2\chi}) + \right. \\
& \quad \left. + 2\theta_0^2 \frac{1}{\chi} (1 + e^{-2\chi}) \right] + \theta_0^2 \frac{1}{\chi^2} \left[5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 8 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left[2 \frac{1}{\chi} (1 + e^{-2\chi}) - \left(1 + 2 \frac{1}{\chi^2} \right) (1 - e^{-2\chi}) \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

– коефіцієнт циркуляційних сил для кутових перекосів;

$$\bar{m}_* = 0,1 k_{g1} \frac{l}{H} \zeta_{20} \left(2 - 1 \frac{1}{7} \alpha^2 \right) \quad (2.54)$$

– приєднана маса для кутових перекосів;

$$\begin{aligned}
\bar{g}_1 = & \frac{l}{2H} k_{g1} \left\{ \omega \frac{1}{15} \zeta_{20} \left(2 - 1 \frac{1}{7} \alpha^2 \right) + 2 \frac{\omega_{\text{ax}} - 0,5\omega}{\chi} \left[\zeta_{20} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \left[\frac{1}{3} - 0,2\alpha^2 \right] + \right. \right. \\
& + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} (\alpha^2 - 4) + \frac{1}{\chi} (\alpha^2 - 1) \left(0,5 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) (1 - e^{-2\chi}) + \frac{1}{\chi^2} \times \\
& \quad \times \left[2 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 3 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right] \left[(1 + e^{-2\chi}) - \frac{1}{\chi} (1 - e^{-2\chi}) \right] + \\
& \quad \left. \left. + \alpha^2 \frac{1}{\chi^2} \left(3 \frac{\zeta_{20}}{\chi} + 5 \frac{\zeta_{12}}{(1-2\theta_0)} \right) \left[\left[3 \frac{1}{\chi} \left(1 + 2 \frac{1}{\chi^2} \right) (1 - e^{-2\chi}) - \left[1 + 6 \frac{1}{\chi^2} \right] (1 + e^{-2\chi}) \right] \right] \right\}
\end{aligned}$$

– коефіцієнт гіроскопічних сил для кутових перекосів.

Урахування не тільки локальних, але й конвективних членів у рівнянні Рейнольдса дозволило отримати коефіцієнти пропорційності напірної складової радіальної сили які залежать не тільки від геометричних розмірів ущільнень, але й від частот обертання й прецесії вала.

Отримані аналітичні залежності радіальних сил є основою для визначення динамічних параметрів роторів в шпаринних ущільненнях.

2.6. Висновки

1. Запропоновано нову розрахункову схему шпаринного ущільнення, яка дозволила докладно визначити вплив їх конструкції і робочі параметри на робочі характеристики відцентрового насоса на основі вперше отриманих уточнених аналітичних залежностей для гідродинамічних сил у циліндричних і конічних шпаринах з перекосом осей, та удосконалено математичну модель робочого процесу шпаринних ущільнень відцентрових насосів.

2. На підставі вирішення завдання про течію рідини в шпаринному ущільненні з обертовою й прецесуючою внутрішньою поверхнею зазору в другому наближенні отримані аналітичні залежності для розрахунку гідродинамічні радіальні сили, що діють на ротор з боку шару рідини, які відрізняються від відомих тим, що враховують втрати напору на вході в шпарину та відновлення швидкісного напору на виході, урахуванням крутки потоку на вході в ущільнення, що дозволяє підвищити точність їх визначення.

3. Доведено, що інерційна складова сили впливає на величину демпфуючої здатності ущільнення. Встановлено, що інерційна складова сили, обумовлена неоднорідністю поля швидкостей (конвективна складова інерції) по величині рівні, а при деяких значеннях параметрів перевищує основне демпфування.

4. Встановлено, що урахування впливу всіх складових осьової швидкості на величину зміни тиску по довжині ущільнення дозволив визначити додаткової складової напірної сили тиску, які в загальному випадку пропорційні не тільки зміщенням вала, але й також швидкості його обертання й прецесії.

РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ЕФЕКТІВ В ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕННЯХ

Для відцентрових насосів характерна стала тенденція до підвищення параметрів: подач, тиску, і швидкостей, тобто до концентрації все більш високих потужностей в одиничних агрегатах.

В процесі створення відцентрових насосів, окрім відпрацювання економічної проточної частини, першочерговими задачами є зниження вібрації, забезпечення необхідної надійності і довговічності опор і привідних муфт, розробка надійних і достатньо герметичних ущільнень. Особливістю відцентрових насосів є те, що всі ці задачі взаємозв'язані та в більшості випадків можуть бути задовільно вирішені за рахунок правильного вибору конструкцій шпаринних ущільнень.

Основними задачами аналізу системи ротор-ущільнення є визначення гідродинамічних сил в кільцевих дроселях, а також оцінка вібраційного стану ротора, що визначається цими силами. Задача розв'язання спільних рівнянь, що описують гідродинамічні процеси в ущільненнях і коливання вала з розподіленими параметрами поки що залишається не розв'язана. Для її розв'язання необхідно першочергового вирішити декілька задач.

1. По-перше, треба дослідити структуру течії в шпариннову ущільненні. Це дозволить досконало визначити структуру потоку в них та

величини гідродинамічних сил для шпарин довільної форми та геометричних параметрів.

2. Провести вибір та обґрунтування засобів проведення досліджень при визначенні впливу гідродинамічних сил в кільцевих дроселях на вібраційний стан ротора. Відмітимо, що за допомогою фізичного експерименту можна достовірно визначити гідродинамічні характеристики системи ротор-ущільнення.

З урахуванням викладеного вище можна сформулювати завдання дослідження наступним чином:

- 1) визначити особливості структури течії та величини гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях проточної частини відцентрового насосу;
- 2) дослідити вплив цих сил на вібронадійність його роторної системи;
- 3) розробити шляхи забезпечення надійної роботи відцентрових насосів, що визначаються динамічними характеристиками його роторної системи.

Виходячи з визначених завдань досліджень розроблені способи проведення дослідження – комбіноване використання фізичного та чисельного моделювання робочого процесу в системі ротор-ущільнення відцентрового насосу.

3.1. Чисельне моделювання течії рідини в циліндричній шпарині ущільнення

3.1.1. Засоби та методика проведення експерименту

Робота ущільнювальних обертових валів супроводжується складними гідромеханічними процесами, математичний опис і дослідження яких являє великі труднощі та дає задовільні результати лише при аналізі найпростіших кільцевих або конічних каналів, а проведення експерименту не завжди можливо по технологічним міркуванням, тому дуже важливим є проведення чисельного моделювання течії рідини в шпаринному ущільненні, яке дозволяє розширити можливості по дослідженню робочих процесів в шпаринних ущільненнях.

Протягом багатьох років було проведено спроби розв'язання повних рівнянь Нав'є-Стокса та Рейнольдса для моделювання течії в зазорі. З роками методи розв'язання рівнянь і використовувані моделі турбулентності поступово вдосконалювалися, з'являлося багато робіт, що демонструють успішне їх застосування на практиці. В останнє десятиліття кращі з розроблених методів моделювання й розрахунку течії рідини й газу в областях довільної геометричної конфігурації були реалізовані у вигляді комерційних програмних продуктів, які отримали широке поширення на ринку. Судячи з публікацій у провідних міжнародних журналах по гідромеханіці, найбільш серйозних успіхів домоглися колективи розробників CFX (Канада – Англія – Німеччина, <http://www-waterloo.ansys.com/cfx/>), STAR-CD (Англія, www.cd-adapco.com,

www.adapco-online.com), Fluent (США, www.fluent.com), Numeca (Бельгія, www.numeca.be), FlowER (Україна, www.flower3d.org), і ін. Добра документованість цих й інших програмних продуктів дозволяє досить кваліфікованому фахівцеві виконувати з їхньою допомогою розрахунки плинів самостійно, лише з незначною технічною підтримкою з боку розробників.

Засобом проведення чисельного моделювання течії рідини в каналах ущільнюючих вузлів валів обертання нами використовувався програмний продукт ANSYS CFX, комерційна версія без обмеженого терміну дії (сумісно з ЗАТ «Гідромашсервіс», м. Москва).

Для проведення чисельного розрахунку використовували наступну послідовність дій:

- створення геометричної моделі досліджуваної області;
- побудова розрахункової сітки;
- вибір математичної моделі (ММ);
- визначення та задання граничних умов, параметрів розрахунку й інших вихідних даних;
- виконання розрахунку (виконується ЕОМ без участі дослідника);
- візуалізація й аналіз результатів розрахунку.

Перший етап підготовки вихідних даних для розрахунку течії – створення твердотільної геометричної моделі, що імітує об'єм, усередині якого досліджується течія. Для створення геометричної моделі використовувався програмний продукт SolidWorks. Отримана твердотільна модель передавалася в програмний продукт ANSYS Workbench.

На наступному етапі будували розрахункову сітку – це процес розбивки розрахункової області на безліч окремих комірок. Зауважимо, що комірки сітки для даної геометричної моделі раціонально використовували у вигляді гексаедрів, що потребувало побудови структурованої сітки. Для побудови структурованої сітки розрахункову область розбивали на блоки відповідно до деякої, що задається користувачем, топології розбивки, і в межах кожного блоку будували розрахункову сітку, на вузли якої можна посилатися по номерах 3-мірного масиву. Це було виконано в генераторі сіток ICEM CFD, який дозволяв будувати розрахункові сітки в областях довільної складності.

Розрахунки було проведено на декількох розрахункових сітках, що розрізнялися кількістю вузлів, щоб виявити, починаючи з якої кількості вузлів одержуване рішення практично перестає залежати від розрахункової сітки. За результатами розрахунку параметр y^+ (характеризує відстань від твердої стінки до найближчого вузла розрахункової сітки) не виходив за межі, рекомендовані керівництвом користувача.

При визначенні динамічних параметрів шпаринних ущільнень характерна наявність переміщення однієї частини моделі відносно інших, що забезпечує постійну зміну геометрії розрахункової області.

Розрахунок виконувався у нестационарній постановці до отримання середньоквадратичної нев'язки RMS на рівні $1E-4$. Крок часу вибирався таким чином, щоб забезпечити можливість приблизити рух рухомої стінки до найбільш реальних параметрів. Кількість кроків по часу вибиралися з міркувань того, що розрахунок повинен вийти на розрахунковий режим і коливання тиску

в розрахунковій області від несталого режиму течії рідини не повинні впливати на результат розрахунку.

В програмному продукті ANSYS CFX розрахунок течії рідини виконувався шляхом чисельного розв'язання системи рівнянь Рейнольдса та нерозривності. Відмітимо, що рівняння нерозривності описують найбільш загальний випадок руху рідкого середовища. Густина рідини при розрахунку приймалася сталою рівною її середньому значенню при температурі $t=20^{\circ}\text{C}$.

Для замикання рівнянь використовували ряд моделей турбулентності. У даному моделюванні застосована типова модель турбулентності k-ε, при використанні якої система рівнянь доповнюється диференціальними рівняннями переносу кінетичної енергії турбулентності k та швидкості дисипації ε:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \rho \varepsilon;$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - \rho C_{\varepsilon 2} \varepsilon),$$

де $P_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$ - член, який виражає генерацію енергії k;

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}; \quad \Gamma_\varepsilon = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon};$$

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\rho} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2}; \quad \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}.$$

Константи $k - \epsilon$ моделі, відповідно до роботи [102] приймали: $C_\mu = 0,09$; $C_{\epsilon 1} = 1,44$; $C_{\epsilon 2} = 1,92$; $\sigma_k = 1,0$; $\sigma_\epsilon = 1,3$.

В якості граничних умов задавалась умова прилипання на всіх твердих стінках. Поверхні всіх твердих стінок мали певну постійну шорсткість, зважаючи на те, що всі поверхні досліджуваного об'єкта механічно оброблені з достатньо високою якістю. Для реалізації можливості руху однієї із твердих стінок було застосовано деформацію сітки. Це дало можливість постійно змінювати положення стінки відносно її початкового розташування, яке задавали за допомогою гармонійного рівняння. В зв'язку з тим, що кількість кроків часу значна, а геометрія шпарини обмежена, то існує необхідність завдання положення рухомої твердої стінки за допомогою гармонійних рівнянь.

Для входу та виходу шпарини задавали область, значно більшу за величину самої шпарини для врахування втрат тиску на вході та відновлення тиску на виході з неї. Граничні умови для них задавали як OPENING для того, щоб рідина могла вільно рухатися в обох напрямках. На вході і на виході розрахункової області задавали повний тиск, який відповідав перепаду тиску на вході та на виході шпарини.

3.1.2. Дослідження особливостей робочого процесу проміжного ступеня відцентрового насоса

Основними вихідними даними для розрахунків вібраційного стану відцентрових насосів є динамічні параметри шпаринних ущільнень, такі як жорсткість, коефіцієнт демпфування, циркуляційних сил, приєднані маси. І

якщо на сьогоднішній день у розрахунках коефіцієнтів жорсткості і приєднаних мас не існує проблем чи розбіжностей, різні методики розрахунку коефіцієнта демпфування шпаринних ущільнень дають результати, що відрізняються між собою в декілька раз. Як наслідок, немає ясності в визначенні коефіцієнтів циркуляційних сил, які для шпаринних ущільнень розраховуються через коефіцієнти демпфування.

На практиці сили демпфування надзвичайно важливі, оскільки визначають динамічність й амплітуду коливання роторної системи. Тому необхідність достовірного й точного визначення цих сил є важливим завданням при інженерних розрахунках динамічних параметрів ротора. Таким чином, для вдосконалювання методів розрахунку динамічного стану роторів відцентрових насосів, необхідно підвищити достовірність визначення демпфування в шпаринних ущільненнях.

Однією з причин надзвичайно високої розбіжності результатів розрахунку коефіцієнта демпфування в різних дослідників, на нашу думку, є невизначеність величини гідравлічних втрат на виході шпаринного зазору або пов'язаного з ним параметра, що традиційно використовується в дослідженнях шпаринних ущільнень – коефіцієнта відновлення швидкісного напору на виході ζ_{12} . Наприклад, у роботі [70] рекомендується приймати $\zeta_{12} = 0,3$, а в роботі [72] – $\zeta_{12} = 0,05$. Крім того величина ζ_{12} може мінятися від 0,05 до 0,3 залежно від конфігурації ("плавності") вихідної кромки ущільнення. Однак, приймаючи як факт великий вплив геометрії кромки на відновлення швидкісного напору, наведені чисельні значення викликають певні сумніви, оскільки в

експериментальних установках, описаних у цій роботі, в певних випадках витікання рідини з шпарини відбувалося в повітряне середовище. У реальних ущільненнях відцентрових насосів витікання завжди відбувається в рідке середовище, "під рівень", що не дозволяє беззастережно використати згадані вище результати в розрахунках ущільнень насосів.

В свою чергу, вплив величини ζ_{12} на коефіцієнт демпфування b дуже значний. На рис. 3.1 наведені залежності для шпаринного ущільнення з типовими параметрами: діаметр $d = 70$ мм, довжина $l = 20$ мм, зазор $h = 0,3$ мм (номінальний) і $h_a = 0,6$ мм (у процесі експлуатації). Розрахунки виконані за аналітичними виразами, наведених у роботі [72].

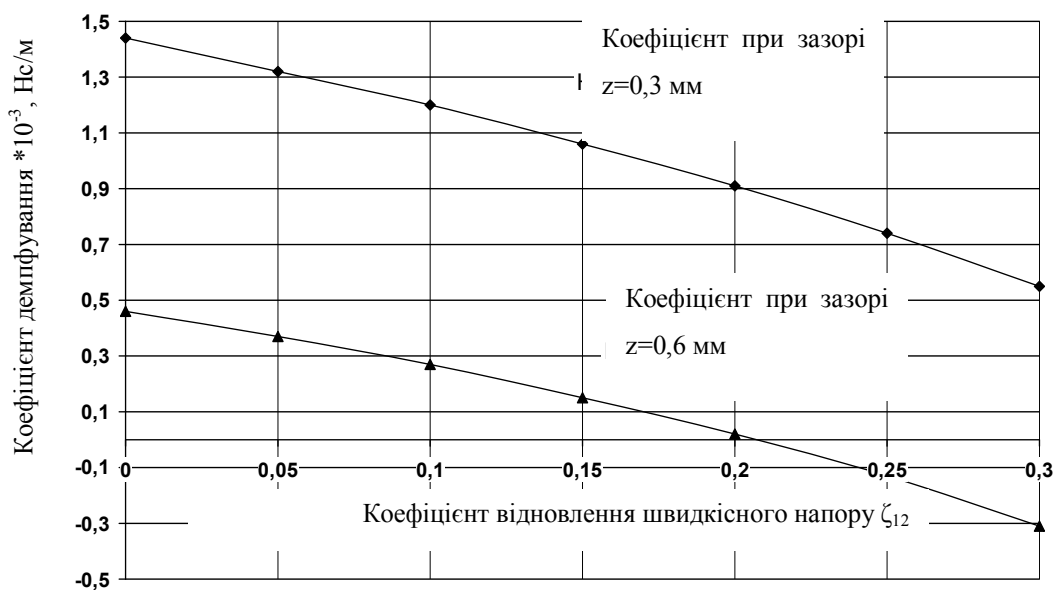


Рис. 3.1 – Вплив відновлення швидкісного напору на виході з ущільнення (ζ_{12}) на коефіцієнт демпфування.

Як видно з рис. 3.1, залежно від прийнятого в межах відомих рекомендацій значення ζ_{12} , розрахункова величина коефіцієнта демпфірування може не тільки змінюватися в кілька разів, але й міняти знак, що на практиці веде до втрати динамічної стійкості й виникненню радіальних автоколиваний ротора насосу. Наведений приклад ілюструє високу важливість достовірних даних про коефіцієнт відновлення швидкісного напору на виході шпаринних ущільнень.

Проведено чисельний розрахунок течії рідини у шпаринному ущільненні з витіканням у рідинний і в повітряний простір. У результаті розрахунків було отримано розподіл тиску по довжині шпарини (рис. 3.2), що дозволило отримати значення коефіцієнтів відновлення швидкісного напору на виході зі шпарини. Результати розрахунків шпарин з різними геометричними

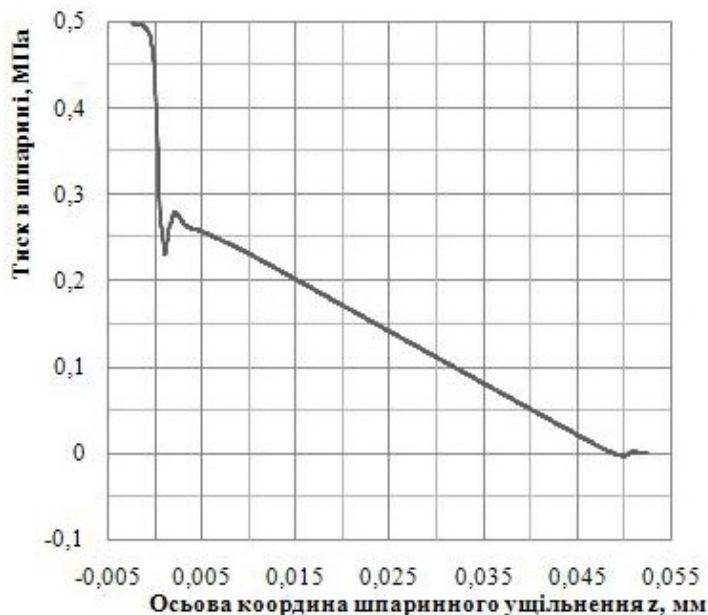


Рис. 3.2 – Розподіл тиску по довжині шпаринного ущільнення

параметрами, характерними для шпаринних ущільнень відцентрових насосів, дали значення коефіцієнта відновлення швидкісного напору $\zeta_{12} = 0,04$ для витікання в повітряний простір й $\zeta_{12} = 0,09$ для витікання в рідину. Перше значення відіграє роль тесту для методики розрахунку, оскільки

для цього випадку є близькі результати експерименту ($\zeta_{12} = 0,05$), а друге – може бути використане в розрахунках динамічних параметрів шпаринних ущільнень (з гострою вихідною кромкою). Таке розходження значень пояснюється тим, що в другому випадку з'являється взаємодія потоку рідини, що витікає із шпарини, з об'ємом рідини, що знаходиться на виході ущільнення й утворенням вихрив в області виходу із шпарини.

Розглянуте вище явище різкого зниження сил демпфування у шпаринних ущільненнях за рахунок відновлення швидкісного напору на виході може пояснити з нової сторони описані раніше факти істотного погіршення вібраційного стану відцентрових насосів при використанні в проточній частині, головним чином як передні ущільнення робочого колеса, ущільнень із "козирком" на виході (рис. 3.3), що застосовуються для поліпшення структури потоку в проточній частині відцентрового насосу, або багатошпаринних ущільнень із підвищеним гідравлічним опором (рис. 3.4), що застосовуються для підвищення гідравлічного ККД [111].

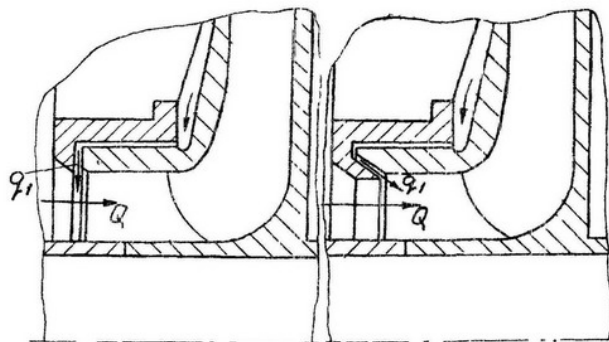


Рис. 3.3 – Ущільнення із прямим і похилим козирком [111]

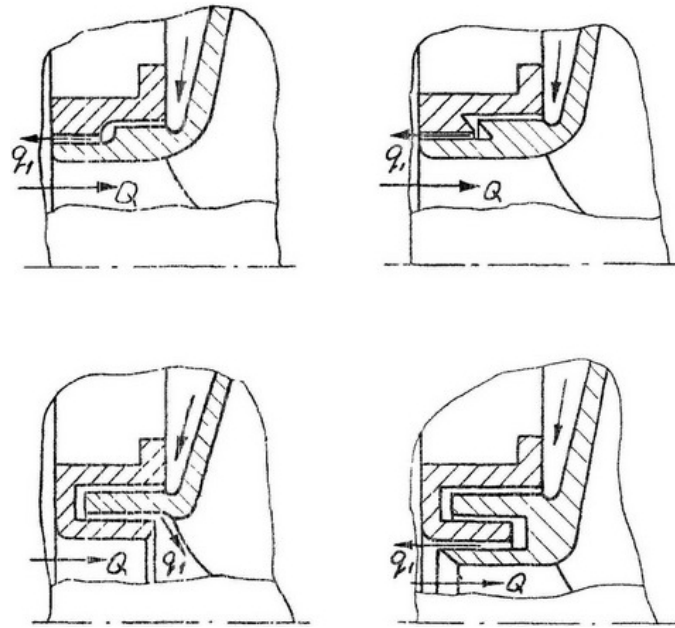


Рис. 3.4 – Приклади конструкцій шпаринних ущільнень зі збільшеним гідравлічним опором [111]

В обох випадках очевидно, що конфігурація вихідних камер або проміжних камер між окремими шпаринами сприяє підвищенню відновлення швидкісного напору на виході, що неминуче веде до втрати ними властивостей демпфування. Зауважимо, що розрахунок силових характеристик таких ущільнень базується на результатах аналізу течії у простих кільцевих каналах. Тому чисельний аналіз наведених вище варіантів конструкцій шпаринних ущільнень і розробка рекомендацій з поліпшення їхніх гідродинамічних параметрів є важливим завданням на перспективу.

Для визначення сил демпфування для шпаринних ущільнень для конфігурації з прямим козирком (рис. 3.3), яке часто зустрічається у насосах типу «Д» і «К» існує необхідність розрахунків параметрів коефіцієнтів

відновлення швидкісного напору на виході зі шпарини. По описаній вище методиці отримані в результаті чисельного розрахунку залежності коефіцієнта відновлення швидкісного напору (ζ_{12}) шпаринного ущільнення від осьового розміру шпарини козирка (рис. 3.5).

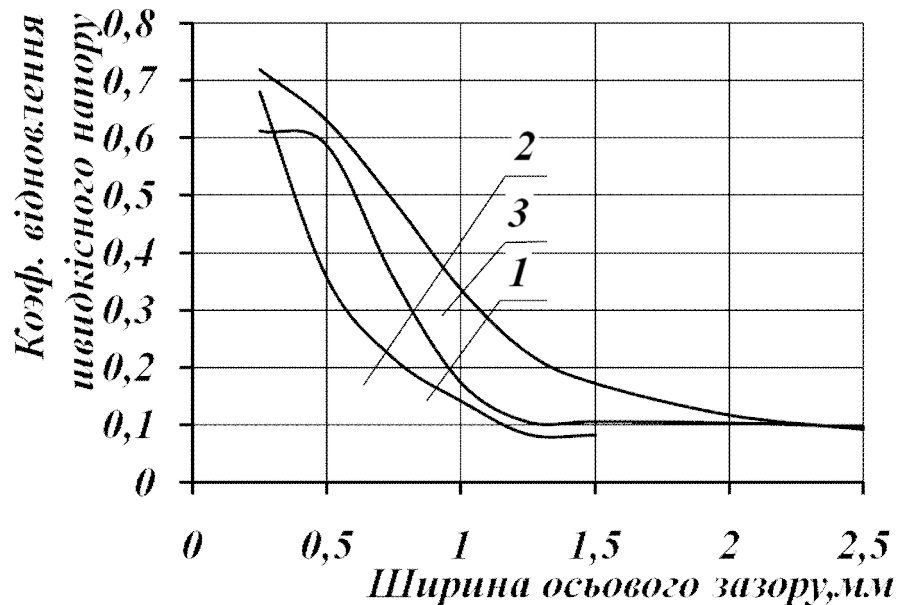


Рис. 3.5. – Залежність коефіцієнта відновлення швидкісного напору (ζ_{12}) ущільнення від ширини осьового зазору шпарини козирка:

- 1 – висота козирка 1 мм;
- 2 – висота козирка 2 мм;
- 3 – висота козирка 4 мм.

За результатами чисельного моделювання спостерігається підвищення значення коефіцієнта відновлення швидкісного напору на виході шпарини ущільнення. Підвищення даного коефіцієнта приводить до зниження значення сил демпфування в шпаринному ущільненні.

Таким чином, у певних випадках, коли осьовий зазор в ущільненні із прямим козирком може мати значення менш ніж 2,5мм, коефіцієнт відновлення швидкісного напору приймає більші значення, а демпфуючі властивості ущільнення можуть різко знизитися, що приведе до підвищення віброактивності насоса.

Особливістю “довгих” шпарин ущільнення ($l/d \approx 1$) є виникнення окружних перетоків рідини (рис. 3.6), що може викликати погіршення їх гідродинамічних параметрів. На вивчення даного явища були спрямовані дослідження Блека. У роботі [5] наведені поправочні коефіцієнти, що корегують результати розрахунку, отримані для моделі ”короткої шпарини”. Чисельний розрахунок показав необґрунтованість використання поправок Блека аж до ущільнень із відносною довжиною шпарини $l/d=1$.

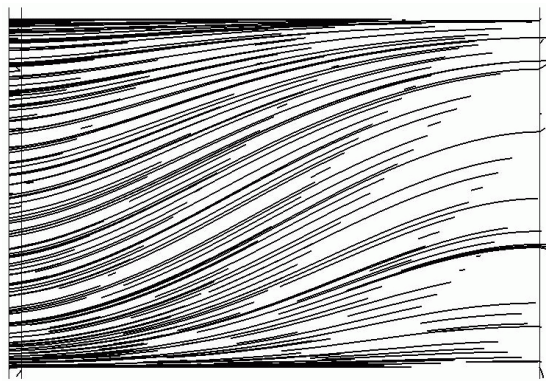


Рис. 3.6. – Структура течії рідини в “довгих” шпаринних ущільненнях

За результатами досліджень гідродинамічних сил в ущільненнях із циліндричною шпариною є ряд експериментальних даних, які добре погоджуються з аналітичним розрахунком. Однак відомі експериментальні дані

існують тільки для діапазону $l/d < 0,5$. Для діапазонів $0,5 < l/d < 1$ експериментальні дані відсутні через складність виготовлення експериментального стенда по технологічних причинах.

Розрахунковий же експеримент таких обмежень не має й дозволяє проводити такі дослідження. Для підтвердження вірогідності отриманих результатів проведено зіставлення з відомими експериментальними даними. Отримано задовільний збіг чисельних значень у межах усього діапазону експериментальних даних, що дозволяє зробити припущення про вірогідність результатів розрахункового експерименту для всього досліджуваного діапазону.

За результатами розрахунків уточнено значення поправочного коефіцієнта, що враховує зниження сил демпфірування в довгих ущільненнях за рахунок перетоків рідини в шпарині (3.1):

$$k_b = \frac{1}{1 + 0,82 \left(\frac{l}{d} \right)^2}. \quad (3.1)$$

Отримані результати дозволяють розширити діапазон аналітичних розрахунків отриманих для “короткої” шпарини аж до $l/d=1$, яким відповідають всі шпаринні ущільнення відцентрових насосів.

Нелінійний характер зміни величини сил демпфування в шпаринних ущільненнях при різних співвідношеннях l/d та l/h не дозволяють провести достовірні розрахунки динамічних параметрів ротора відцентрових насосів. Для певних значень параметрів l/h шпаринних ущільнень можлива втрата стійкості

вібраційного стану ротора. Дане явище пов'язане зі зміною напрямку сили демпфування при малих довжинах ущільнення й великих зазорів шпарини між роторною й статорною ущільнюючою поверхнею. Це явище негативно позначається на динаміці роторної частини насоса й приводить до автоколивання ротора.

Експериментальні дані по дослідженню цих явищ відсутні, тому одним із основних методів дослідження “коротких” шпарин є чисельне моделювання.

Проведено розрахунок для ряду геометричних параметрів шпаринних ущільнень із постійним перепадом тиску $\Delta p = 0,5$ МПа при зміні діаметра шпарини d від 25 мм до 100 мм, співвідношенням довжини l щодо діаметра $(0,25..2,0) d$ і зазором h від 0,05 мм до 0,4 мм. У результаті були отримані сили демпфування в шпаринних ущільненнях, після чого ці сили були приведені до більш зручного параметра при проведенні розрахунку динамічних характеристик ротора відцентрових насосів як коефіцієнт демпфування b .

На підставі отриманих результатів визначений поправочний коефіцієнт k_{bh} (рис. 3.7), для різних геометричних параметрів шпаринного ущільнення, який є відношенням коефіцієнтом демпфування, отриманий розрахунковим моделюванням і за допомогою аналітичних методик. На підставі отриманих результатів розрахунку були визначені граничні параметри шпаринних ущільнень, при яких методика аналітичного розрахунку динамічних параметрів шпаринних ущільнень, приведених в 2-му розділі дозволяє одержати їх адекватні значення. Дана методика може бути використана для шпаринних ущільнень при діаметрі більше 50 мм, відносній довжині l/d при всіх

допустимих діаметрах не більше 1 і при зазорах шпарини, що знаходяться в діапазоні від 0,1 мм до 0,4 мм. У випадках, коли умови не попадають у зазначений діапазон, необхідно використати поправочні коефіцієнти k_{bh} або проводити експериментальні дослідження або розрахункове моделювання.

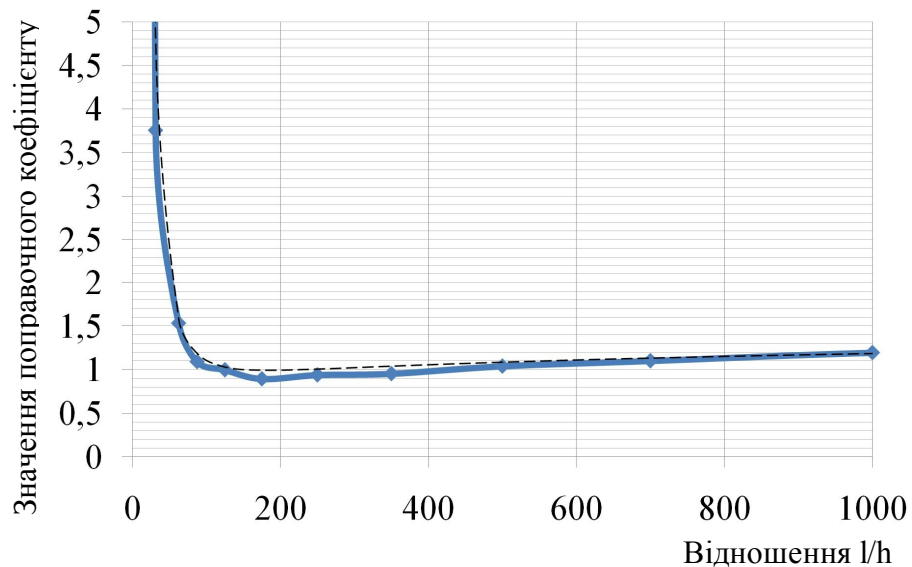


Рис 3.7 – Коефіцієнт, який враховує відношення довжини шпарини до величини його зазору

На підставі отриманої залежності поправочного коефіцієнта, що враховує довжину шпаринного ущільнення до його діаметра отримано його аналітичний вираз для діапазону значень l/h від 62,5 до 2000:

$$k_{bh} = \frac{1,35 \cdot 10^4}{\left(\frac{l}{h}\right)^{2,35}} + 0,15 \ln\left(\frac{l}{h}\right) + 0,14. \quad (3.2)$$

Вирази (3.1) і (3.2) разом з аналітичними виразами дозволяють отримати коефіцієнти демпфірування для “коротких” шпарин розширюють діапазон

використання сил демпфування для всіх геометричних параметрів шпаринних ущільнень, що використовуються в відцентрових насосах.

3.2. Методика оцінювання динамічних параметрів ущільнень

Робота ущільнень валів, що обертаються супроводжується складними гідромеханічними процесами, математичний опис та дослідження яких являє великі труднощі і дає задовільні результати лише при аналізі кільцевих циліндричних чи конічних каналів, тому дуже важливе значення набуває експеримент.

Задачі експериментальних досліджень динаміки безконтактних ущільнень, які заключаються в визначенні коефіцієнтів жорсткості, демпфування, циркуляційних сил та других параметрів, багато в чому подібні з задачами дослідження опор ковзання, тому відомі методи оцінювання динамічних характеристик підшипників ковзання були нами використані стосовно до ущільнень. Наряду з цим частина методів була розроблена спеціально для дослідження гідродинаміки шпаринного ущільнення.

В основі метода дослідження гідродинамічних параметрів ущільнень лежить принцип оцінювання по динамічним характеристикам коливальної системи, в склад якої входить ротор.

При дослідженні безпосередньо знімають і опрацьовують АФЧХ вимушених коливань динамічної системи, використовуючи в якості вимушеного впливу дисбаланс ротора [40], [45].

Для оцінювання динамічних параметрів ущільнень нами розроблена методика ідентифікації коефіцієнтів комплексної частотної передаточної функції по амплітудній та фазовій характеристиці вимушених коливань динамічної системи ротор – шпаринне ущільнення.

3.2.1. Динаміка ротора експериментального насоса

Розглядали вал експериментального насоса, що обертається в підшипниках кочення з консольно закріпленим робочим колесом (рис. 3.20). Маса ротора m визначалася зважуванням всіх елементів. Припускали, що ротор має статичний дисбаланс, так, центр його мас s зміщений відносно центра вала на величину ексцентриситету центра мас ξ . Ротор обертається з кутовою швидкістю ω , поточний вектор прогину вала \vec{e} утворює з вектором дисбалансу $\vec{\xi}$ кут φ . До зовнішніх, відносно ротора, сил в даному випадку будуть відноситись сили, що діють на втулку в шпаринних ущільненнях, які визначаються виразами:

$$-\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{s1} & q_1 \\ -q_1 & k_{s1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & g_1 \\ -g_1 & b_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} m_* & 0 \\ 0 & m_* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix}. \quad (3.3)$$

Відмітимо, що сила ваги визиває лише статичний прогин вала, що опускає вісь обертання, не впливає на коливання ротора і тому нами не враховується.

Рівняння руху ротора в проекціях на осі системи декартових координат, початок яких суміщено з віссю обертання вала, складали на основі закону про зміну кількості руху, враховуючи всі перераховані складові зовнішніх сил:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_c &= F_x \\ m\ddot{y}_c &= F_y \end{aligned} \right\},$$

або, з урахуванням геометричних співвідношень: $x_c = x + \xi \cos \omega t$,
 $y_c = y + \xi \sin \omega t$ (рис. 2.1),

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} - F_x &= \xi m \omega^2 \cos \omega t \\ m\ddot{y} - F_y &= \xi m \omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \right\}.$$

Остаточний вигляд рівнянь руху ротора отримали після підстановки значень гідродинамічних сил F_x та F_y , отримані в другому розділі, вважаючи, що вони визначають сумарну дію обох ущільнень

$$\left. \begin{aligned} (m + m_*)\ddot{x} + b_1\dot{x} + k_{s1}x + g_1\dot{y} + q_1y &= \xi m \omega^2 \cos \omega t \\ (m + m_*)\ddot{y} + b_1\dot{y} + k_{s1}y - g_1\dot{x} - q_1x &= \xi m \omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \right\}. \quad (3.4)$$

В подальшому використовувались також іншу форму запису рівнянь, що отримані діленням системи (3.4) на m :

$$\left. \begin{aligned} a\ddot{x} + b\dot{x} + \omega_0x + g\dot{y} + qy &= \xi \omega^2 \cos \omega t \\ a\ddot{y} + b\dot{y} + \omega_0y - g\dot{x} - qx &= \xi \omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \right\}. \quad (3.5)$$

В комплексній площині з урахуванням $z = x + jy$, $F_z = F_x + jF_y$, де j – уявна частина, систему (3.5) записували у комплексній формі:

$$a\ddot{z} + b\dot{z} + \omega_0z - j(g\dot{z} + qz) = \xi \omega^2 e^{j\omega t}. \quad (3.6)$$

Отримане рівняння руху ротора дозволяє оцінити динамічний стан ротора відцентрового насоса.

3.2.2. Передаточна функція ротора у шпаринному ущільненні експериментального насоса.

Загальне рішення однорідного диференційного рівняння (3.6) є сумою загального рішення відповідного однорідного рівняння, що описує вільні коливання ротора, та часткове рішення неоднорідного рівняння, яке характеризує усталені вимушені коливання під дією дисбалансу та початкового прогину вала.

Часткове рішення неоднорідного рівняння (3.6) має вигляд:

$$z = z_0 e^{j(\omega t + \varphi)},$$

що відповідає прямій синхронній прецесії ротора з амплітудою z , частотою ω та фазовим зсувом по відношенню до дисбалансу φ . Пряма синхронна прецесія означає, що вал обертається відносно лінії центрів опор з віссю, прогнутою на величину z_0 , як жорстке тіло. При цьому коливання вала у відносному русі не відбувається, а його деформації та внутрішні напруження постійні в часі. При цьому швидкість та прискорення ротора визначаються виразами:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= j\omega z_0 e^{j(\omega t + \varphi)}; \\ \ddot{z} &= -\omega^2 z_0 e^{j(\omega t + \varphi)}. \end{aligned}$$

Підставляючи рішення наведені вище в рівняння (3.6) та враховуючи залежності коефіцієнтів гіроскопічних та циркуляційних сил від частоти [18], знаходили комплексну частотну передаточну функцію ротора експериментального насоса в шпаринних ущільненнях, що являє собою відношення комплексного динамічного прогину до ексцентриситету центра мас:

$$W(j\omega) = \frac{z_0 e^{j\varphi}}{\xi} = \frac{-(j\omega)^2}{\omega_0 + b(1-\kappa)(j\omega) + (a - \kappa_g(a-1))(j\omega)^2}. \quad (3.7)$$

Коефіцієнти ω_0 та b залежать від напору насоса H_H , тому в експериментальному дослідженні гідродинамічних параметрів в шпаринних ущільненнях при сталій частоті обертання ротора використали їх запис у вигляді:

$$\begin{aligned} b &= B\sqrt{H_H}; \\ \omega_0 &= K \cdot H_H. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Підставивши вирази (3.8) в рівняння (3.7) отримали передаточну функцію залежно від напору насоса:

$$W_H(j\omega) = \frac{-(j\omega)^2}{KH_H + B\sqrt{H_H}(1-\kappa)(j\omega) + (a - \kappa_g(a-1))(j\omega)^2}. \quad (3.9)$$

Для зручності проведення розрахунків перепишемо вираз (3.9) у вигляді:

$$W_H(j\omega) = \frac{\bar{\alpha}_2(j\omega)^2}{\bar{\beta}_0 H_H + \bar{\beta}_1 \sqrt{H_H(j\omega)} + \bar{\beta}_2 (j\omega)^2}, \quad (3.10)$$

де $\bar{\alpha}_2 = -1$; $\bar{\beta}_0 = K$; $\bar{\beta}_1 = B(1-\kappa)$; $\bar{\beta}_2 = a - \kappa_g(a-1)$ – невідомі комплексні коефіцієнти, які записували у вигляді: $\bar{\alpha}_i = \alpha_{iR} + j\alpha_{iI}$, $\bar{\beta}_l = \beta_{lR} + j\beta_{lI}$.

Передаточна функція (3.10) дозволяє отримати амплітудні та фазові характеристики вимушених коливань ротора відцентрового насоса.

3.2.3. Ідентифікація передаточної функції

В якості математичної моделі роторної системи що ідентифікується можна прийняти її комплексну частотну передаточну функцію (3.10)

В цьому випадку функція (3.10) задає необхідний об'єм апріорної інформації про структуру об'єкта і задача зводиться до параметричної ідентифікації – оцінювання невідомих коефіцієнтів $\bar{\alpha}_i$, $\bar{\beta}_l$. Передаточна функція, включає невідомі коефіцієнти та дозволяє описати нелінійні системи в області малих відхилень [50].

Маючи передаточну функцію (3.9) з невідомими коефіцієнтами і безліччю вимірювань передаточної характеристики ротора

$$f_H(j\omega) = f_{RH}(\omega) + jf_{IH}(\omega), \quad (3.11)$$

задачу ідентифікації параметрів в залежності від напору відцентрового насосу вирішували, скориставшись методом Леві [50].

Метод Леві реалізується шляхом мінімізації похибки

$$\varepsilon_H(j\omega) = f_H(j\omega) - W_H(j\omega), \quad (3.12)$$

Причому, через труднощі безпосередньої мінімізації, Леві пропонує не мінімізувати сам вираз (3.12), а попередньо домножити його на знаменник передаточної функції (3.10). при цьому вираз похибки прийме вигляд

$$\tilde{\varepsilon}_H(j\omega) = f_H(j\omega) \left[\bar{\beta}_0 H_H + \bar{\beta}_1 \sqrt{H_H}(j\omega) + \bar{\beta}_2 (j\omega)^2 \right] - \bar{\alpha}_2 (j\omega)^2. \quad (3.13)$$

Скориставшись методом найменших квадратів і мінімізуючи суму похибок отримали:

$$E = \sum_{k=1}^n |\tilde{\varepsilon}_{H_k}(j\omega)|^2, \quad (3.14)$$

в межах напору H_1, H_2, \dots, H_n , де $n \geq 4$.

Представили $\tilde{\varepsilon}_{H_k}(j\omega)$ в вигляді дійсної $\text{Re}_{H_k}(j\omega)$ та уявної $\text{Im}_{H_k}(j\omega)$ частин, тоді

$$|\tilde{\varepsilon}_{H_k}(j\omega)|^2 = |\text{Re}_{H_k}(j\omega)|^2 + |\text{Im}_{H_k}(j\omega)|^2, \quad (3.15)$$

а вираз для визначення E прийме вигляд

$$E = \sum_{k=1}^n \left\{ \left[f_{RH_k}(\omega) (\beta_{0R} H_k - \beta_{1I} \sqrt{H_k} \omega - \beta_{2R} \omega^2) + f_{IH_k}(\omega) (-\beta_{0I} H_k - \beta_{1R} \sqrt{H_k} \omega + \beta_{2I} \omega^2) + \alpha_{2R} \omega^2 \right]^2 + \left[f_{RH_k}(\omega) (\beta_{0I} H_k + \beta_{1R} \sqrt{H_k} \omega - \beta_{2I} \omega^2) + f_{IH_k}(\omega) (\beta_{0R} H_k - \beta_{1I} \sqrt{H_k} \omega - \beta_{2R} \omega^2) + \alpha_{2I} \omega^2 \right]^2 \right\} \quad (3.16)$$

Мінімізуючи вираз (3.16), приходимо до системи рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \alpha_{2R}} &= 0; \\ \frac{\partial E}{\partial \alpha_{2I}} &= 0; \\ \frac{\partial E}{\partial \beta_{0R}} &= 0; \\ \frac{\partial E}{\partial \beta_{0I}} &= 0; \\ \frac{\partial E}{\partial \beta_{1R}} &= 0; \\ \frac{\partial E}{\partial \beta_{1I}} &= 0; \\ \frac{\partial E}{\partial \beta_{2R}} &= 0; \\ \frac{\partial E}{\partial \beta_{2I}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Після перетворення, отримали систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів передаточної функції

$$NX = D, \quad (3.18)$$

де

$$N = \begin{bmatrix} \lambda_4 & 0 & S_{2,1} & -T_{2,1} & -T_{3,0,5} & -S_{3,0,5} & -S_{4,0} & T_{4,0} \\ 0 & \lambda_4 & T_{2,1} & S_{2,1} & S_{3,0,5} & -T_{3,0,5} & -T_{2,0} & -S_{4,0} \\ -S_{2,1} & T_{2,1} & V_{0,2} & 0 & 0 & -V_{1,1,5} & -V_{2,1} & 0 \\ -T_{2,1} & S_{2,1} & 0 & V_{0,2} & V_{1,1,5} & 0 & 0 & -V_{2,0} \\ -T_{3,0,5} & S_{3,0,5} & 0 & V_{1,1,5} & V_{2,1} & 0 & 0 & -V_{3,0,5} \\ -S_{3,0,5} & -T_{3,0,5} & -V_{1,1,5} & 0 & 0 & V_{2,1} & V_{3,0,5} & 0 \\ -S_{4,0} & -T_{4,0} & -V_{2,1} & 0 & 0 & V_{3,0,5} & V_{4,0} & 0 \\ T_{4,0} & -S_{4,0} & 0 & -V_{2,1} & -V_{3,0,5} & 0 & 0 & V_{4,0} \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

$$\lambda_h = \omega^h;$$

$$S_{h,m} = \sum_{k=1}^n f_{RH_k}(\omega) \omega^h H_k^m;$$

$$T_{h,m} = \sum_{k=1}^n f_{IH_k}(\omega) \omega^h H_k^m;$$

$$V_{h,m} = \sum_{k=1}^n ([f_{RH_k}(\omega)]^2 + [f_{IH_k}(\omega)]^2) \omega^h H_k^m$$

$$X = \begin{bmatrix} \alpha_{2R} \\ \alpha_{2I} \\ \beta_{0R} \\ \beta_{0I} \\ \beta_{1R} \\ \beta_{1I} \\ \beta_{2R} \\ \beta_{2I} \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Система (3.18) служить лише основою для розрахунку коефіцієнтів передаточної функції, так як являється однорідною і не має однозначного рішення. Задача ідентифікації розв'язується в тому випадку, якщо один або декілька коефіцієнтів передаточної функції має наперед відоме значення, відмінне від 0. При цьому система рівнянь, що розв'язується може бути отримана з (3.18) шляхом перестановки стовпців, в які входять задані коефіцієнти, в першу чергу, та виключення з (3.17), (3.18) строчок, що відповідають частковим похідним по цим коефіцієнтам.

Методика ідентифікації параметрів динамічних систем передаточних характеристик, описані в [100], [131], [50] базуються на загальних положеннях ідентифікації параметрів динамічних систем по частотним характеристикам, коли приведена вище методика дозволяє отримати динамічні параметри ротора відцентрового насоса змінюючи лише параметри напору насоса.

3.2.4. Оцінювання динамічних параметрів ущільнень вимушених коливань ротора відцентрового насоса.

Коефіцієнти, що входять в комплексну частотну передаточну функцію ротора (3.10) мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 \bar{\alpha}_2 &= \alpha_{2R} = -1; \\
 \bar{\beta}_0 &= \beta_{0R} = K; \\
 \bar{\beta}_1 &= \beta_{1R} = B(1 - \kappa); \\
 \bar{\beta}_2 &= \beta_{2R} + j\beta_{2I}; \\
 \beta_{2R} &= a - \kappa_g(a - 1); & \beta_{2I} &= B\kappa_1.
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Система рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів складається на базі (3.18). оскільки коефіцієнт $\bar{\alpha}_2 = -1$ відомий, перенесли в праву частину відповідний йому стовпець і виключили з системи відповідну йому строчку, з урахуванням чого система (3.19) прийме вигляд:

$$\begin{bmatrix} V_{0;2} & 0 & -V_{2;1} & 0 \\ 0 & V_{2;1} & 0 & -V_{3;0,5} \\ -V_{2;1} & 0 & V_{4;0} & 0 \\ 0 & -V_{3;0,5} & 0 & V_{4;0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{0R} \\ \beta_{1R} \\ \beta_{2R} \\ \beta_{2I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{2;1} \\ T_{3;0,5} \\ S_{4;0} \\ -T_{4;0} \end{bmatrix}. \tag{3.21}$$

Формування елементів матриць (3.21) проводиться згідно системи (3.19) по вимірюванням амплітудної та фазної характеристик ротора, при зміні напору експериментального насоса з урахуванням виразів:

$$\begin{aligned}
 f_{RH_k}(\omega) &= \frac{A_k}{\xi} \cos \varphi_k; \\
 f_{IH_k}(\omega) &= \frac{A_k}{\xi} \sin \varphi_k,
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

де A_k , φ_k – амплітуда коливання ротора та їх зсув відносно вектора дисбалансу, отримані при напорі H_k .

Оскільки вимірювання амплітудних та фазових характеристик має неминучу похибку, пов'язану як з відмінністю реального ротора від використовуваної моделі, так і з похибками вимірювання, математичний апарат ідентифікації повинен мати високу перешкодозахищеність. Одним з шляхів досягнення цієї мети є граничне зменшення числа змінних, що ідентифікуються [137] шляхом їх попереднього оцінювання в усіх можливих випадках в спеціальних умовах, що забезпечують максимальну точність.

Під час проведення дослідження динамічних параметрів ротора відцентрового насоса з метою досягнення необхідної точності початкова закрутка потоку на вході в шпаринне ущільнення приймалося $\kappa = 0,5$, $\kappa_g = 0,5$, також вважали, що відомі величини коефіцієнта приєднаних мас від перепаду тиску. Відповідно, система рівнянь, що отримана перетворенням виразу (3.21) з урахуванням $\beta_{2I} = A$ та $\beta_{2R} = B$ має вигляд:

$$\begin{bmatrix} V_{0;2} & 0 \\ 0 & V_{2;1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{0R} \\ \beta_{1R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{2;1} + V_{2;1}B \\ T_{3;0,5} + V_{3;0,5}A \end{bmatrix}.
 \tag{3.23}$$

Таким чином, для процедури оцінювання гідродинамічних параметрів ущільнень проводилось оцінювання за допомогою системи (3.23) та попередньо

отриманих даних. Розрахунок динамічних параметрів ущільнень по ідентифікації коефіцієнтів передаточної функції проводився по формулам (3.20).

3.3. Експериментальна установка та методика проведення експерименту

3.3.1. Експериментальна установка для динамічних досліджень ротора відцентрового насоса

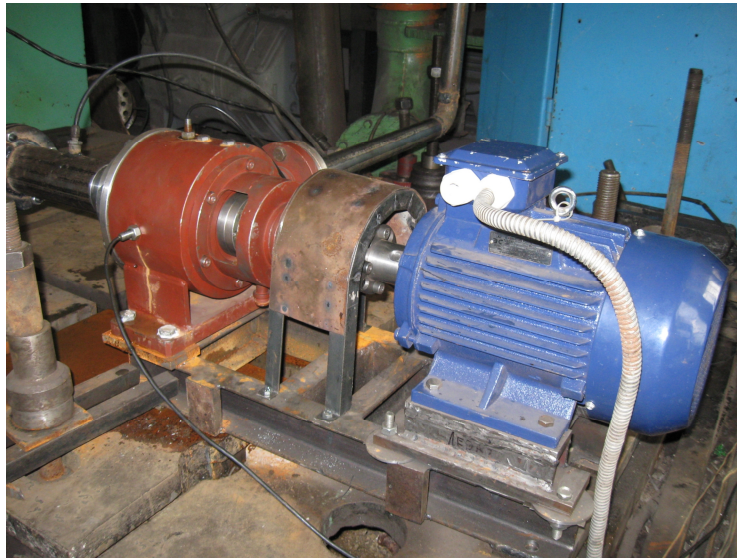
При дослідженнях динаміки ротора в ущільненнях прийнято їх проводити при постійних параметрах тиску, але при різних значеннях частоти обертання ротора. Однак в реальних відцентрових насосах ситуацію зі змінною частотою обертання можна спостерігати тільки під час розгону чи вибігу ротора. Час роботи на таких режимах незначний.

В реальних насосах частота обертання ротора на робочому режимі постійна, а перепад тиску змінюється при зміні подачі насоса. Це приводить до зміни гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях. При зміні гідродинамічної жорсткості шпаринних ущільнень проточної частини насоса змінюється власна частота коливання ротора, а це може привести до можливого співпадіння власної частоти коливання ротора з частотою обертання. Таким чином, при зміні подачі насоса може виникнути явище різкого підвищення вібрації ротора, що може привести до виходу з ладу насоса.

Однак співпадіння власної частоти коливання ротора з частотою обертання не завжди може приводити до погіршення вібраційного стану насоса. При достатніх значеннях сил демпфування в ущільненнях проточних частин насоса можна досягти значного зниження амплітуди коливання ротора, а також можливо досягти відсутності підвищення амплітуди коливання при співпаданні власної частоти коливання ротора з частотою його обертання. З урахуванням викладеного на кафедрі прикладної гідроаеромеханіки Сумського державного університету була створена експериментальна установка (рис. 3.19).

Експериментальний насос (рис. 3.20) є насосом консольного типу, ротор якого закріплено одним шарикопідшипником. Така конструкція дозволяє вільно переміщуватися консольно закріпленого вала зі сторони робочого колеса зі шпаринними ущільненнями. Таким чином жорсткість вала на вільному кінці ротора мінімальна. На власну частоту коливання ротора впливає тільки гідростатична жорсткість в шпаринних ущільненнях проточної частини відцентрового насоса. При зміні подачі насоса, при певних її значеннях, насос працює на “критичній” частоті обертання.

Збіг власної частоти коливання ротора з частотою обертання відслідковується зсувом по фазі реакцій зміщення ротора під впливом збурення, що визивається дисбалансом ротора.



а)



б)

Рис 3.19. Експериментальна установка для дослідження роботи насоса при співпадінні власних частот коливання ротора з частотою його обертання:

а) загальний вигляд експериментального насоса;

б) система автоматизованого збору результатів дослідження

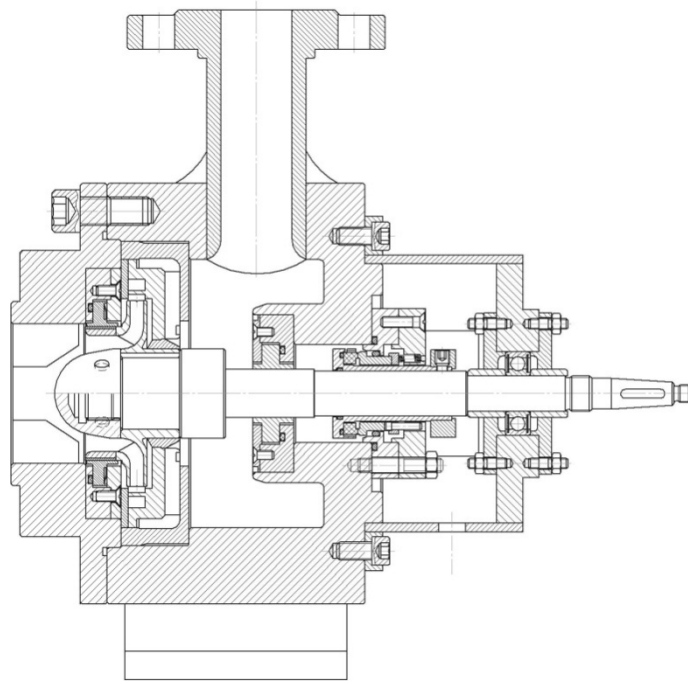


Рис. 3.20. Експериментальний насос

Експериментальна установка має наступні основні параметри:

- частота обертання ротора – 2990 об/хв.;
- діапазон зміни напору насоса – 4÷14 м;
- подача насоса – 0÷13 м³/год;
- робоча рідина – вода.

Параметри, що контролюються: напір насоса, температура робочого середовища, подача насоса, частота обертання, його дисбаланс ротора, амплітуда та фаза віброзсуву ротора.

Експериментальна установка (рис. 3.21) містить: досліджуваний насос (рис. 3.20), асинхронний електродвигун АИР112М2 потужністю 7,5 кВт частотою обертання 3000 об/хв, бак, раму. До експериментального стенда входять: пульт керування, основні та допоміжні трубопроводи, система

контрольно-вимірювальної апаратури та апаратура керування. Подача насоса регулюється за допомогою засувки, що розташована на напірному трубопроводі.

Насос має два шпаринні ущільнення, переднє та міжступеневе, що створені статорною втулкою, нерухомо закріпленою в кришці корпусу, та роторних втулок, що обертаються. Ротор відбалансований до значення до значення 100 г/мм. Консольний вал обертається в радіально-упорному підшипникові, який призначений для сприйняття осьового зусилля. За результатами розрахунку та експерименту перша власна частота коливання ротора досягається при напорі насоса 10,4 м.

3.3.2. Автоматизація збору результатів дослідження

Для виміру вібропереміщення використані два канала перетворювачів зазор-напруга (ПЗН) апаратури “ВИЗА-3” з струмовихровими датчиками переміщення. Струмовихрова апаратура, у відмінності від ємнісних, нечутлива до діелектричних проникностей середовища, яка заповнює зазор між датчиком і ротором, та на відмінність від індуктивної – забезпечує більш високу стабільність при широкому діапазоні частот вимірюваних вібрацій. Переміщення ротора реєструвалося двома розташованими взаємно перпендикулярними датчиками.

Робочі частоти блоків ПЗН для запобігання інтерференційних перешкод рознесені з кроком 50 кГц в діапазоні 900-1100 кГц добором конденсаторів коливальних контурів. Роздільна здатність каналів вібропереміщення складає

1 мкм по амплітуді, діапазони вимірювання 500 мкм, частотний діапазон каналів переміщення – 2-2000 Гц.

Фазовий зсув коливань ротора відслідковувався фотоелектричним датчиком, який виробляв імпульси при обертанні муфти з установленою міткою.

Вихідний сигнал датчиків подавався на аналого-цифровий перетворювач (АЦП) LTR-11. LTR-11 включає один 14-бітний АЦП з максимальною частотою збору даних до 400 кГц і вхідний комутатор, що дозволяє реалізувати багатоканальний режим збору даних: до 32 каналів збору однофазних сигналів з загальною землею, чи 16-канальний диференційний режим. Існують 4 програмно задавані під діапазони вхідного сигналу $\pm 10\text{ В}$, $\pm 5\text{ В}$, $\pm 2,5\text{ В}$, що встановлюються незалежно для кожного каналу. Діапазон вимірювання: напруга постійного струму – від 10^{-5} до 10 В, напруга змінного струму – від 10^{-4} до 10 В, границя допустимої основної приведенної похибки вимірювання напруги постійного струму – $\pm 0,05\%$, коефіцієнт подавлення синхронних перешкод – не менше 70 дБ, коефіцієнт подавлення перешкод загального виду – не менше 90 дБ. Модуль АЦП підключався до комп'ютера (ПК) з використанням інтерфейсу USB 2.0. ПК забезпечував багатоканальний збір інформації, її оперативне відображення на екрані, вивід на друк отриманих результатів, обробку та накопичення інформації на жорсткому диску.

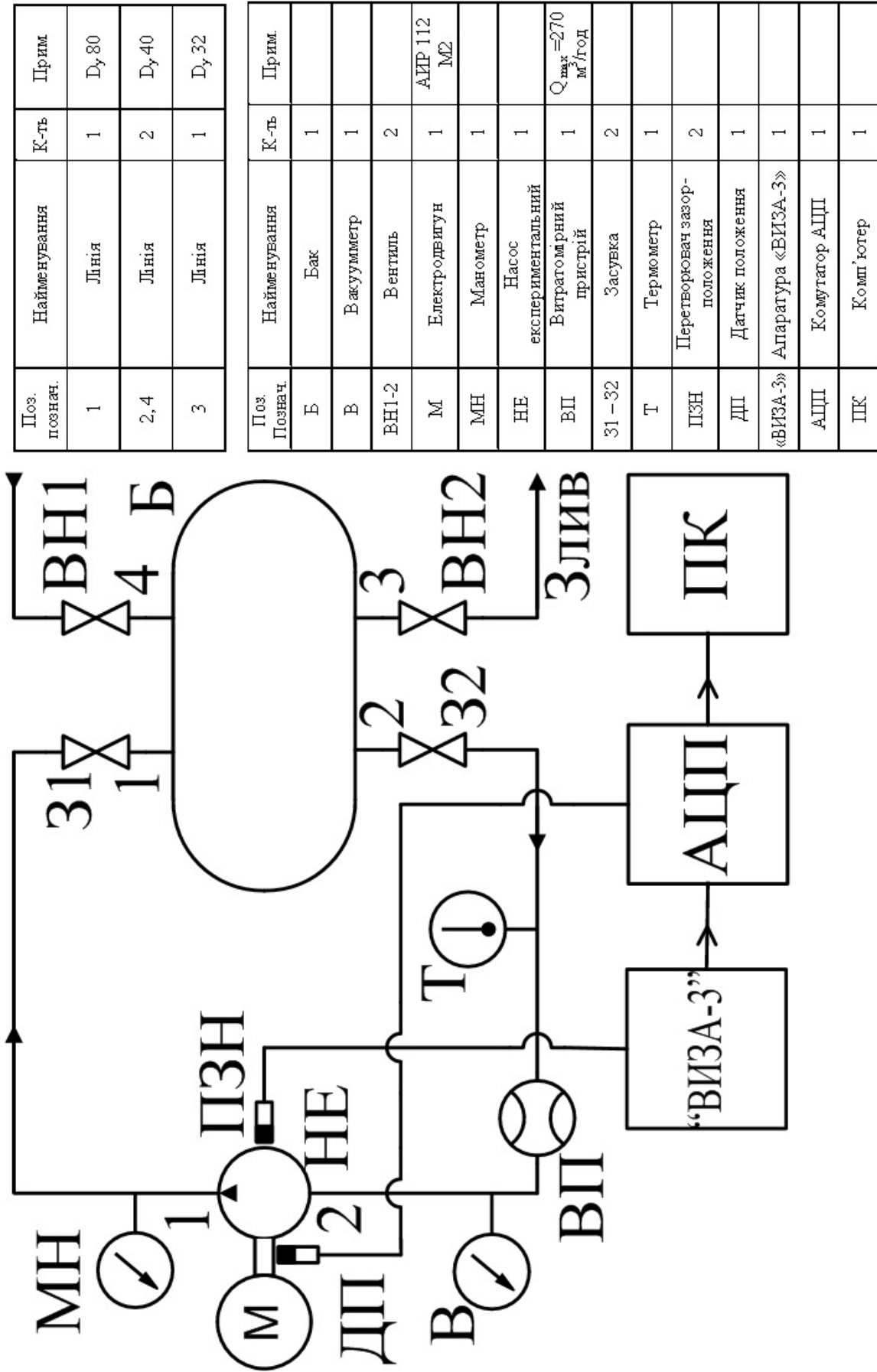


Рис. 3.21. Схема експериментального стенду

3.4. Експериментальні дослідження динамічних параметрів ротора відцентрового насосу

Особливістю проведених експериментальних випробувань відцентрового насоса є те, що при зміні напору насоса частота власних коливань ротора співпадала з частотою обертання, яка в процесі випробувань залишалася постійною. За таких умов роботи насоса існувала висока ймовірність виникнення явищ підвищення амплітуди коливання ротора, обумовлених резонансними явищами.

Для дослідження динамічних параметрів ротора визначали амплітуду та фазовий зсув реакції ротора на вимушені коливання для різних значень напору насоса. Результатами вимірювань є осцилограми вимушених коливань ротора по вертикалі та по горизонталі та положення фрезерування на полумуфті при різних значеннях напору насоса. На осцилограмі величина сигналу 3 В по вертикальній шкалі відповідає одному мм зміщення ротора.

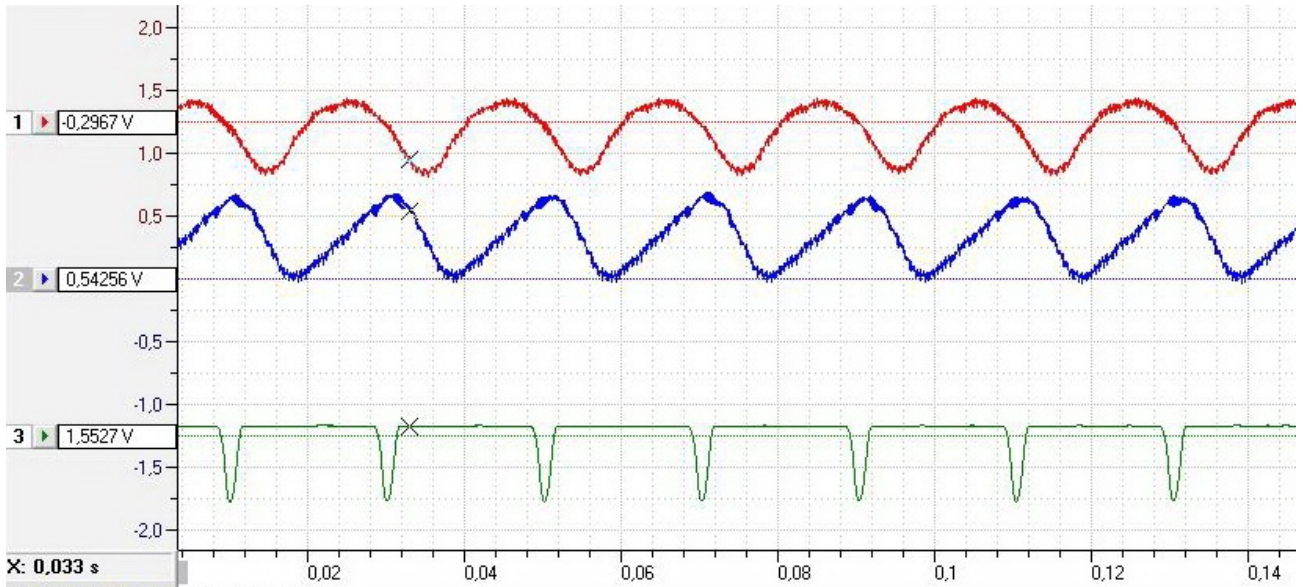


Рис. 3.22. Осцилограма вимушених коливань ротора: по вертикалі (верхня крива) та по горизонталі (середня крива) та положення фрезерування на полумуфті (нижня крива); по вертикалі – напруга, В; по горизонталі – час, с.

Отримані осцилограми дозволили побудувати амплітудні та фазові характеристики ротора, що залежать від напору насоса (рис. 3.23). Результати досліджень динамічних параметрів ротора довели стабільну роботу насоса при роботі насоса при “критичній” частоті обертання, що супроводжується незначним підвищенням амплітуди коливань ротора, які не перевищують значення радіального зазору в шпаринних ущільненнях.

Крім дослідження динамічних параметрів ротора насоса, експериментально отримані характеристики дозволили провести апробацію методики розрахунку гідродинамічних параметрів шпаринних ущільнень відцентрового насоса.

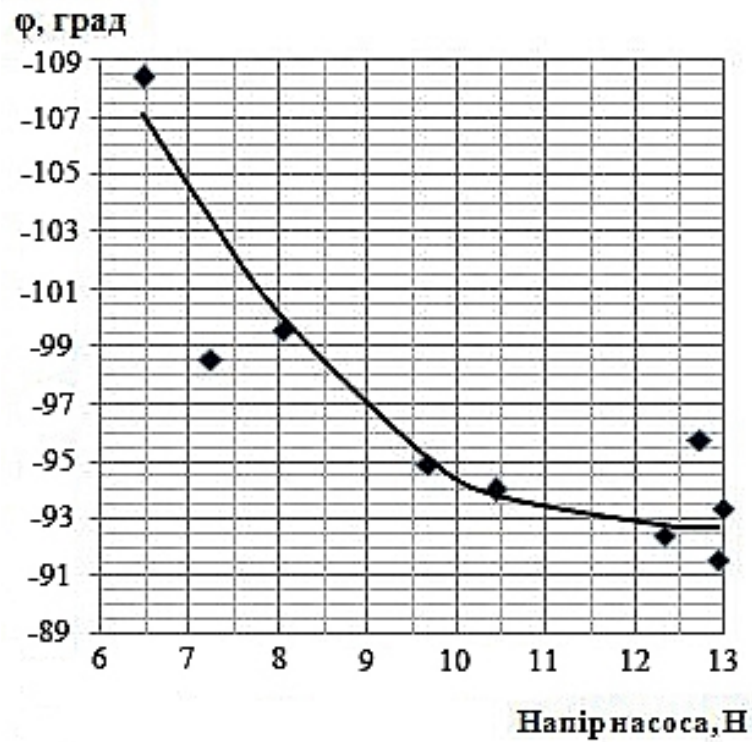
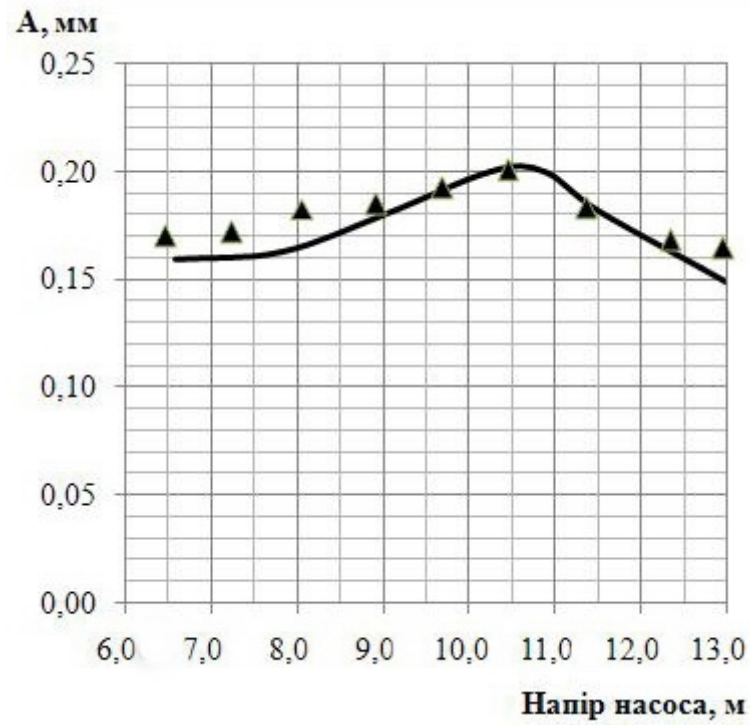


Рис. 3.23. Порівняльна характеристика експериментальних даних та розрахунків: лінія – теорія; точки – експеримент.

Для оцінювання гідродинамічних параметрів ущільнень по амплітудних та фазових характеристиках вимушених коливань ротора використовувався масив експериментальних точок, на підставі чого проводився аналіз методами ідентифікації з використанням розробленої методики, описаної в розділі 3.2. необхідні дані про величину та фазу дисбалансу вала знаходили заздалегідь і використовувались для ідентифікації параметрів системою рівнянь (3.21). Ідентифікація параметрів по системі (3.21) дозволила в якості вхідних даних використовувати достовірні експериментальних значення амплітуди коливань ротора і безпосередньо виміряні значення їх фазового зсуву по відношенню до мітки, що синхронізована з обертанням валу.

Обробка амплітудної та фазової характеристики ротора проводилась за системою рівнянь (3.23) для визначення гідродинамічних параметрів ущільнення проточної частини експериментального насоса. На підставі отриманих характеристик методом ідентифікації параметрів шпаринних ущільнень було отримано значення величин гідродинамічних коефіцієнтів $K = 1,835 \cdot 10^4$ та $B = 305,3$, а за результатами аналітичних розрахунків, отриманих в другому розділі дисертації отримали величини коефіцієнтів рівні: $K = 2,01 \cdot 10^4$ та $B = 316,3$.

Результати експериментальних досліджень динамічних параметрів ротора відцентрового насоса добре погоджуються з результатами аналітичних розрахунків. Розходження експериментально отриманих даних від аналітично

розрахованих становить: по коефіцієнту K становить 9,5 %, а по коефіцієнту B – 3,5 %.

3.5. Висновки

1. Встановлено граничні параметри шпаринних ущільнень при яких необхідно використовувати розрахункові параметри шпаринних ущільнень при аналітичних розрахунках динамічних параметрів шпаринних ущільнень для того, щоб одержувати їх адекватні значення;

2. Визначено вплив відношення діаметра шпарини до його довжини на величину коефіцієнта демпфування, що дозволяє обґрунтовано проводити розрахунки коефіцієнта для шпарин з відношенням $l/d < 2$;

3. Розроблена методика оцінювання динамічних параметрів ущільнень. Отримана передаточна функція ротора експериментального насоса, за якою скориставшись методом Леві проводиться ідентифікація динамічних параметрів роторної системи відцентрового насоса від його напору. В результаті встановлено, що результати досліджень добре погоджуються з результатами розрахунків.

4. Встановлено, що чисельний аналіз коефіцієнтів циркуляційних, інерційних та гіроскопічних сил в шпаринних ущільненнях і розробка рекомендацій з покращення їх гідродинамічних параметрів є важливим завданням на перспективу.

5. Розроблено експериментальну установку з відцентровим насосом консольного типу які дозволили визначити коефіцієнти жорсткості та демпфування з високою точністю.

6. Експериментальним шляхом, що насос працює стабільно при “критичній” частоті обертання, що супроводжується незначним підвищенням амплітуди коливань ротора, які не перевищують значення радіального зазору в шпаринних ущільненнях.

РОЗДІЛ 4. МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ РОТОРА ВІДЦЕНТРОВОГО НАСОСА НА РАДІАЛЬНІ ЗГИБНІ КОЛИВАННЯ

4.1. Аналіз згибних коливань

Для деяких конструкцій насоса критична частота обертання вала багатоступінчастих або високооберткових насосів може збігатися з робочою частотою обертання, особливо це явище спостерігається зі збільшенням внутрішніх зазорів при зношуванні. Аналіз згибних коливань дозволяє заздалегідь визначити, чи відбудеться збіг і чи буде прийнятна результуюча вібрація, значення якої регламентовано ДСТУ.

При проведенні аналізу згибних коливань необхідно керуватися засадами процедури, при якій послідовно визначають чи існують ідентичні чи подібні насоси. Якщо не виконується попередня умова, тоді проводять аналіз з визначення власних частот ротора відцентрового насосу. Якщо розрахункове значення першої власної частоти вище частоти обертання з запасом більш ніж 30 % при номінальних та “зношених” (величина зазору в 2-а рази більше, ніж у номінального) зазорах шпаринних ущільнень динамічний стан ротора можна вважати задовільним, а якщо ні – необхідно проводити подальші дослідження.

Недостатня відбудова власних частот від частоти обертання зовсім не виключає можливості нормальної роботи насоса. Амплітуди “резонансних” коливань вала при співпадінні власних частот з частотами обертання

визначаються демпфуванням в шпаринних ущільненнях і при достатній його величині можуть бути в допустимих межах.

Ці амплітуди характеризуються добротністю системи A_{max}/a_0 , яку можна визначити по безрозмірній амплітудою частотною характеристикою (АЧХ). Можна вважати, що при

$$A < 1,2 \div 1,5 \quad (4.1)$$

нормальна робота насоса буде забезпечена навіть в випадку співпадання власних частот вала з частотою обертання.

Якщо одночасно не виконується ні одна з описаних раніше умов, насос буде працювати з високим рівнем вібрації або зовсім виявиться непрацездатним.

АЧХ треба будувати в межах діапазону частот від нуля до значення в 2,2 рази більше максимальної частоти обертання. Власні частоти ротора повинні бути розраховані для діапазону швидкостей від 25 % до 125 % номінальних, враховуючи наступне:

1. жорсткість і демпфування для наступних робочих зазорів при можливій температурі:
 - номінальний зазор, вода;
 - номінальний зазор, рідина, що перекачується;
 - “зношений” зазор, рідина, що перекачується;
2. жорсткість і демпфування в лабіринтних ущільненнях;

3. жорсткість і демпфування в межах підшипників для середнього зазору і температури мастила. Зауважимо, що вплив жорсткості підшипників і демпфування в насосах зазвичай порівняні з впливом внутрішніх робочих зазорів, тому достатньо проаналізувати підшипники при їх середньому зазорі і температурі мастила;
4. маса і жорсткість опор підшипника;
5. сила інерції полумуфти насоса і половини проставки.

У випадку незадовільних результатів розрахунків необхідно провести цілеспрямоване доопрацювання конструкції насоса.

Для того щоб задовольнити умову достатньої відладки від власних частот, необхідно підвищити першу власну частоту коливання ротора. Можливими шляхами відладки можуть бути:

- підвищення жорсткості вала за рахунок збільшення його діаметра;
- підвищення жорсткості шпаринних ущільнень за рахунок варіювання їх геометричних параметрів і підвищення перепадів тиску на них.

Слід зазначити, що ефективність цих заходів невелика, тому не слід розраховувати на підвищення першої власної частоти коливання ротора більш ніж на 10 % - 15 %.

Більш суттєвими для динамічних розрахунків ротора відцентрового насоса можуть бути спроби задовольнити умовам (4.1), для чого необхідно підвищити демпфування і знизити циркуляційні сили в шпаринних ущільненнях. Це досягається збільшенням довжини передніх і міжступінчатих

ущільнень, розбивкою довгих шпарин ущільнень вала ($l > r$) на 2 частини, усуненням закрутки на вході всіх ущільнень.

Істотну допомогу в доопрацюванні конструкції може надати аналіз власних форм коливання ротора: при цьому доцільніше вносити конструктивні зміни на ділянках ротора з найбільшими амплітудами коливання.

Розрахункові значення абсолютних амплітуд коливання ротора є цінною інформацією, яка допомагає приймати конструкторські рішення. Можно вважати, що нормальна робота насоса забезпечується в тому випадку, якщо амплітуда коливання вала не перевищує 35 % величини діаметрального робочого зазору в цій точці шпаринного ущільнення.

Особливий випадок коли $\omega > 1,6 \omega_1$. Оскільки в стандартній ситуації ($\bar{\omega}_{ex} = 0,5$) в районі $\omega = 2 \omega_1$ ротор втрачає динамічну стійкість, тому забезпечити нормальну роботу насоса в цьому випадку можливо тільки пригніченням закрутки потоку на вході в ущільнення, що може підвищити границю динамічної стійкості ротора до $\omega = (3 \div 5) \omega_1$.

4.2. Методика розрахунку ротора відцентрового насоса

Для розрахунку ротора відцентрового насоса на першому етапі складають його розрахункову схему. Розрахункова схема ротора – це спрощена модель, що містить тільки ті елементи, які визначають його вібраційний стан.

В розрахунковій схемі вал представляється в вигляді ступінчатого циліндра відповідного діаметра, робочі колеса, втулки і диски представляються

в вигляді точкових мас, опори та шпаринні ущільнення – в вигляді елементарних пружнодемпфуючих ланок і точкових приєднаних мас. Така розрахункова схема в вигляді сукупності обмеженого числа ділянок вала і дискретних елементів містить вичерпну інформацію для динамічних розрахунків і в той же час може бути представлена у чисельній формі у вигляді таблиці чи масиву.

У загальному вигляді розрахункова схема ротора насоса може бути представлена в вигляді такому, як зображено на рис. 4.1. Вал насоса розбитий на ділянки однакового діаметра. Вплив втулок на жорсткість вала, як правило, невеликий, тому зазвичай не враховується.

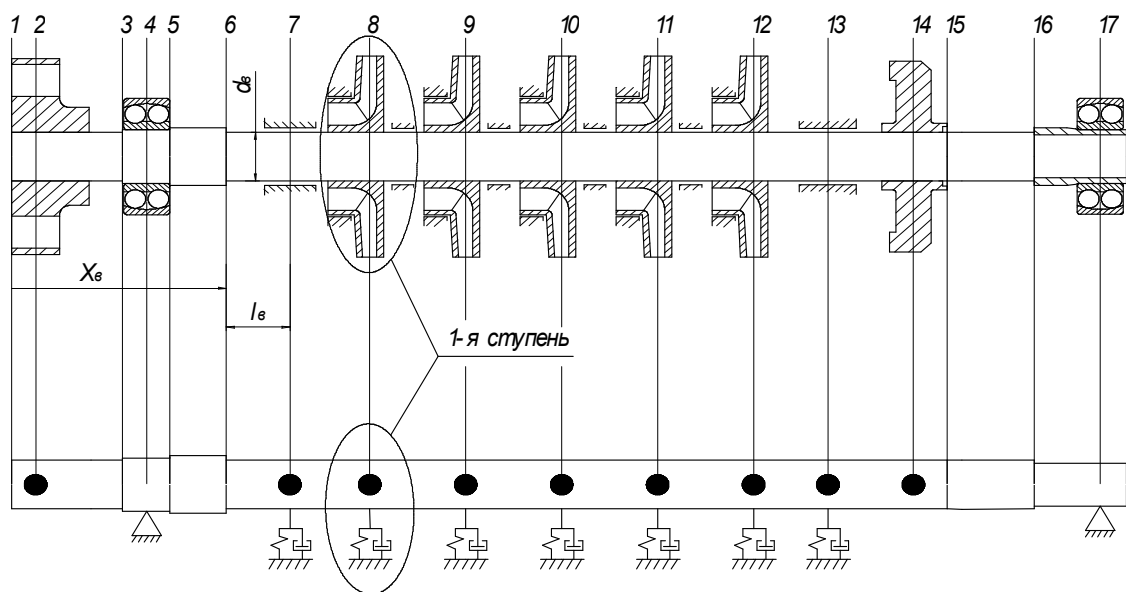
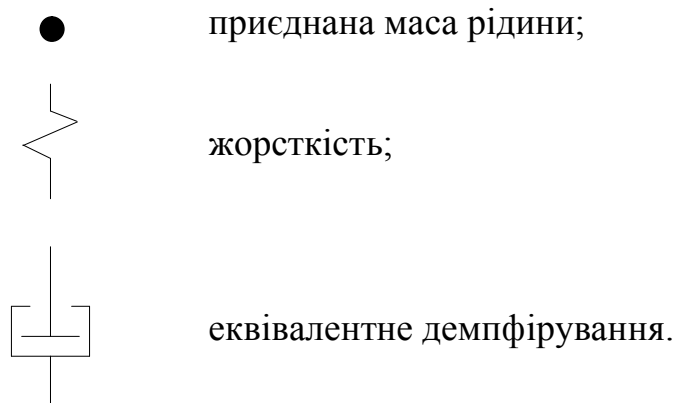


Рис. 4.1. Приклад ескізу ротора відцентрового насосу та його розрахункова схема

На схему наносяться маси деталей ротора (коліс, барабанів і дисків розвантаження осьових сил, полумуфти, товстостінних втулок) у вигляді

зосереджених мас з точкою прикладання поблизу центрів ваги. Кільця, шайби, тонкостінні втулки і інші деталі незначної маси ігноруються. Наносяться радіальні опори вала (підшипники кочення і ковзання). Координати розташування вибираються в їх геометричних центрах.

Наносяться шпаринні ущільнення проточної частини ротора (також по їх геометричному центру). Кожній складовій гідродинамічної реакції ущільнення ставиться відповідне її схематичне зображення:



В такому вигляді розрахункова схема дозволяє провести розрахунок власних частот і власних форм поперечних коливань ротора, а також амплітудних частотних характеристик коливань по цим формам в безрозмірному вигляді і абсолютних амплітуд коливання ротора.

Далі для розрахунку амплітуд необхідно задатися величиною і точками прикладання сил, що імітують масову неврівноваженість (дисбаланс) ротора. В першому наближенні необхідно задатися заздалегідь завищеним навантаженням від дисбалансу, прикладеним в районі максимуму коливань відповідно для кожної власної форми ротора, які необхідно знайти заздалегідь і приймаючи

величину $f = m_{\Sigma} e \omega^2$, де m_{Σ} - сумарна маса всіх деталей ротора насоса, крім вала.

4.3. Методика розрахунку гідродинамічних параметрів шпаринних ущільнень відцентрових насосів

Гідродинамічні параметри шпаринних ущільнень є найважливішою частиною вихідних даних для розрахунку динамічних характеристик роторів відцентрових насосів. Для їх визначення необхідно знайти геометричні параметри, перепади тиску, закрутку потоку на вході для всіх шпаринних ущільнень проточної частини насоса.

Радіальний зазор H в розрахунках приймається номінальний зазор, який визначається як середній з поля допусків. Якщо прийняти що в типових насосах циліндричні шпаринні ущільнення виконуються з відсутністю конусності і без перекосу осей поверхонь з гострими вхідними і вихідними кромками, тоді для виконання інженерних розрахунків можна значно спростити вирази для силових коефіцієнтів (2.53), (2.54). Приймавши $\vartheta_0 = 0$, $\zeta_{11} = 1,1$, $\zeta_{12} = 0,09$, $\lambda = 0,04$, $\bar{\omega}_{ex} = 0,5$ наведено спрощені вирази силових коефіцієнтів (табл. 4.1).

У випадку, коли не виконується хоч одна з описаних вище умов для спрощення силових коефіцієнтів шпаринних ущільнень, розрахунки необхідно проводити по повних формулах, приведених в 2-му розділі.

Таблиця 4.1.

Силові коефіцієнти

Назва силового коефіцієнта	Формула для розрахунків
Коефіцієнт гідростатичної жорсткості	$k_p = \frac{\pi d l^2 \Delta p (60H + l)}{H(101H + 2l)^2}$
Коефіцієнт демпфування	$b_1 = 10l^2 d \sqrt{\frac{\Delta p H}{101H + 2l}} \left[\frac{1549l^4 - 1,2 \cdot 10^9 + 4,5 \cdot 10^6 H^2 l^2 + 166146 H l^3 - 1,2 \cdot 10^7 H^3 l}{1,7 \cdot 10^8 H^5 + 1360 H^2 L^3 + 206000 H^3 L^2 + 10^7 H^4 l} + \frac{7l(l-9H)(101H+5l)}{(101H+2l)\sqrt{\frac{101H+2l}{H}}} \right]$
Коефіцієнт циркуляційних сил	$q = \frac{\omega \cdot 10}{6,8H^2 l^3 + 690H^3 l^2 + 17000H^4 l} \left[3000H^4 l - 55000H^5 + 4,1H^2 l^3 + 310H^3 l^2 + d \sqrt{\frac{\Delta p H}{101H + 2l}} \left(0,3l^6 + 25Hl^5 + 510H^2 l^4 + \sqrt{101 + \frac{2l}{H}} \times (15H^3 l^6 + 170H^4 l^5 - 2700H^5 l^4) \right) \right]$
“Приєднана” маса рідини	$m_* = d \frac{1570l^5 + 357000H^2 l^3 + 54000Hl^4}{15300H^2 + 6l^2 + 605Hl}$
Коефіцієнт гіроскопічних сил	$g_1 = 4\omega m_*$

4.4. Оцінка показників технічного рівня відцентрового насоса

Оцінку технічного рівня виконували порівнянням сукупності показників якості відцентрового насоса, що проектується, з відповідною сукупністю показників аналога. Важливим показником, який визначає доцільність виробництва і впровадження в промисловість насоса, що розробляється, є економічний ефект. Тому, перед тим як провести оцінку технічного рівня відцентрового насоса, проводили розрахунок економічної ефективності від впровадження в виробництво розроблених насосів. Зауважимо, що всі розрахунки проводилися за станом цін на 01.09.2010 р.

Метою розрахунку є визначення госпрозрахункового економічного ефекту [145]

$$E_{\text{гр}} = \sum_{i=1}^t (P_t - B_t - \Pi_{\text{пр}t}) \alpha_t,$$

де t – період випуску і реалізації виробу, приймали $t = 5$ років; B_t – вартісна оцінка витрат на виробництво насоса в t -му періоді, грн.; P_t – вартісна оцінка результатів виробництва в t -му періоді, грн.; $\Pi_{\text{пр}t}$ – податок на прибуток в t -му періоді, грн.; α_t – коефіцієнт дисконтування результатів, який враховує фактор часу (табл. 4.2)

$$\alpha_t = \frac{1}{(1 + E_{\text{пр}})^{t-1}},$$

де $E_{пр}$ – коефіцієнт приведення результатів і витрат, зіставлений з урахуванням фактору часу, $E_{пр} = 0,1$ [94]; t – кількість років, що відокремлюють результати даного року від кінця розрахункового періоду.

Таблиця 4.2

Коефіцієнт дисконтування витрат

Коефіцієнт дисконтування витрат	Значення коефіцієнта за роками				
	1	2	3	4	5
α_t	1,61	1,464	1,331	1,21	1,1

Величину вартісної оцінки результатів виробництва в t -му періоді P_t визначали за формулою [145]

$$P_t = C_{од} \cdot N_{ф},$$

де $C_{од}$ – ціна одиниці виробу, що проектується, грн. [123]; $N_{ф}$ – фактичний річний об'єм продажу, шт., з урахуванням ступеня ризику $\beta = 5\%$, який визначали за формулою

$$N_{ф} = N_{річ} \left(1 - \frac{\beta}{100} \right),$$

де $N_{річ}$ – річний об'єм випуску виробів, шт.

Величину вартісної оцінки витрат на виробництво виробу в t -му періоді Z_t визначали за формулою

$$B_t = C_{повн} N_{річ},$$

де $C_{повн}$ – повна собівартість одиниці виробу, грн., яка визначалась з [123].

Величину податку на прибуток $H_{\text{прт}}$ розраховували за формулою [145]

$$H_{\text{прт}} = \frac{(P_t - B_t) \cdot \%P_{\text{прт}}}{100},$$

де $\% P_{\text{прт}}$ – затверджений відсоток податку на прибуток, $\% P_{\text{прт}} = 25 \%$.

Розрахунок величини госпрозрахункового економічного ефекту проводили для відцентрового насоса ЦНСГ-38-132 (табл. 4.3).

Таблиця 4.3.

Результати розрахунку величини госпрозрахункового економічного ефекту при реалізації відцентрових насосів

Показник, в грн.								
$C_{\text{од}}$	$N_{\text{річ}}$	$N_{\text{ф}}$	$C_{\text{повн}}$	B_t	P_t	$P_{\text{прт}}$	$E_{\text{гр}}$	$\Sigma E_{\text{гр}}$
грн.	шт.	шт.	грн.	грн.	грн.	грн.	грн.	грн.
102180	5	5	78600	393000	510900	35370	82530	554189

З табл. 4.3 видно що, при реалізації одного відцентрового насоса ЦНСГ-38-132 величина госпрозрахункового економічного ефекту $E_{\text{гр}}$, що залишається у розпорядженні підприємства, становить 82530 грн. за 5 років. Таким чином, виробництво розробленого відцентрового насоса ЦНСГ-38-132 є цілком економічно обґрунтованим.

Для оцінки технічного рівня ГА використовували наступні основні показники: класифікаційні, для насосів-аналогів, оціночні, згідно яких оцінюють технічний рівень і якість, а саме: призначення; конструктивні;

надійності; економного використання матеріалу; економного використання енергії; ергономічні. До оціночних показників належать: тиск; подача насоса; необхідний надкавітаційний напір NPSHR; коефіцієнт корисної дії; маса; питома матеріалоємність; показник надійності, та інші.

При розрахунку показників технічного рівня приймали, що номінальні значення тиску, витоки, та надійність відцентрового насоса для варіантів аналогу, проекту і еталону, однакові.

Ступінь відповідності параметрів оцінюваного насоса-еталону розраховували за формулою [145]

$$I_i = P_i / P_i^e ,$$

де I_i – параметричний індекс i -го параметра; P_i та P_i^e – відповідно, значення i -го параметра, який характеризує споживчі властивості оцінюваного насоса і насоса-еталону.

Зведений індекс показників технічного рівня розраховували за формулою:

$$I_{\text{н}} = \sum_{i=1}^n B_i \cdot I_i ,$$

де I_i – величина параметричного індексу i -го параметру; B_i – величина вагомості i -го параметру.

Рівень показників технічного рівня відцентрового насоса визначали за формулою

$$K = I_{\text{н}} / I_{\text{он}} , \quad (4.2)$$

де $I_{\text{он}}$ – зведений індекс показників технічного рівня насоса-аналогу.

Зведений індекс показника технічного рівня розробленого відцентрового насоса становить 0,972 (табл. 4.4) і відповідає вищій категорії якості. Конкурентоспроможність розробленого насоса, розрахована за залежністю (4.2), становить 1,154, тобто відцентровий насос за показниками технічного рівня перевищує насос-аналог.

Таким чином, достовірне визначення гідродинамічних сил у шпаринних ущільненнях та використання методики по визначенню амплітуди радіальних коливань ротора дозволило покращити показники технічного рівня відцентрового насоса ЦНСг-38-132 (табл. 4.4).

Таблиця 4.4

Оцінка показників технічного рівня відцентрового насоса

Найменування основних параметрів	Величина показників якості за варіантами			Відносний показник технічного рівня виробу		Вагомість показника, бали	Зведений індекс показника технічного рівня	
	Аналог	Проект	Еталон	Аналог	Проект		Аналог	Проект
1. Подача, м ³ /год	38	38	38	1,0	1,0	0,20	0,20	0,20
2. Коефіцієнт корисної дії, %	70	80	100	0,7	0,8	0,14	0,16	0,184
3. Необхідний надкавітаційний напір NPSHR, м	7,2	8,8	10	0,28	0,12	0,1	0,028	0,012
4. Маса, кг	570	300	300	0,526	1,0	0,15	0,079	0,15
5. Питома матеріалоемність, кг/Дж	1,16× ×10 ⁻⁴	7,35× ×10 ⁻⁵	7,35× ×10 ⁻⁵	0,63	1,0	0,15	0,095	0,15
6. Однакові показники	-	-	-	1,0	1,0	0,3	0,3	0,3
Комплексний показник	-	-	-	-	-	-	0,842	0,972

4.5. Висновки

1. Проведений аналіз згибних коливань роторів відцентрових насосів дозволив встановити особливості їх функціонування в залежності від частоти обертання вала та сформулювати вимоги виконання яких дозволяє забезпечити нормальну роботу насоса.

2. Розроблено методику розрахунку динамічних параметрів роторів відцентрових насосів, використання якої забезпечить нормальну його роботу при збігу частоти власних коливань ротора з частотою обертання. Розроблена методика дозволяє провести аналіз динамічних параметрів роторів при розрахунках та проектуванні відцентрових насосів.

3. Розрахунковим шляхом встановлено, що за рахунок раціонального вибору параметрів в шпаринних ущільненнях знижується коефіцієнт динамічності коливань ротора насоса, що дозволило підвищити його надійність.

4. Розрахунковим шляхом установлено, що, за показниками технічного рівня, при ефективному використанні гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях можливо підвищити категорію якості (відповідати за технічним рівнем кращим аналогам). Зведений індекс показника технічного рівня розробленого відцентрового насоса становить 0,972, а конкурентоспроможність – 1,154. Доведено економічну ефективність від упровадження в виробництво і промисловість розроблених відцентрових насосів. При застосуванні розроблених відцентрових насосів величина прибутку від упровадження становить 82530 грн. на рік.

ВИСНОВКИ

У дисертації розв'язана науково-практична задача підвищення технічного рівня відцентрових насосів за рахунок ефективного вибору параметрів шпаринних ущільнень та встановлення оптимальних параметрів робочого процесу відцентрових насосів, що дозволило знизити коефіцієнт динамічності коливань ротора насоса, розширити діапазон частот його обертання, забезпечити індекс показника технічного рівня 0,97 та конкурентоспроможність – 1,15.

Основні наукові та практичні результати роботи полягають у наступному:

1. На основі вперше отриманих уточнених аналітичних залежностей для демпфуючих, циркуляційних та інерційних сил у циліндричних і конічних шпаринах з перекосом осей удосконалено математичну модель робочого процесу шпаринних ущільнень відцентрових насосів, яка дозволяє більш докладно визначити вплив конструктивних і робочих параметрів шпаринних ущільнень на робочі характеристики відцентрового насоса.

2. Запропонована нова розрахункова схема ущільнення, що додатково враховує об'єм рідини на його вході та виході, і використання якої дозволяє підвищити точність визначення впливу конструктивних параметрів шпаринних ущільнень на динамічні характеристики ротора відцентрових насосів.

3. Теоретично й експериментально доведено можливість роботи насоса при умові збігання частот обертання з власною частотою коливань ротора, що

забезпечується за рахунок вибору раціональних параметрів шпаринних ущільнень.

4. Результатами експериментальних досліджень доведено адекватність вдосконаленої математичної моделі шпаринного ущільнення відцентрового насоса, зокрема, можливість стабільної роботи відцентрового насоса при збіганні власної частоти коливань ротора з частотою обертання.

5. Сформульовано практичні рекомендації щодо раціонального проектування відцентрового насоса, зміст яких полягає у цілеспрямованому використанні гідродинамічних ефектів в шпаринних ущільненнях для підвищення технічного рівня насосу. При цьому виявлені такі закономірності та особливості робочого процесу у відцентровому насосі:

- силові коефіцієнти сил ущільнення жорсткості та сил, обумовлених в'язкою лінійною та інерційною складовими, відрізняються від аналогічних, розрахованих за раніше відомими методиками, незначною мірою, а коефіцієнти сил демпфування і пропорційних до них циркуляційних – відрізняються від аналогічних майже на порядок, що при їх врахуванні у методиках розрахунку та проектування дозволяє удосконалити конструкцію та зменшити габарити відцентрових насосів;

- визначено вплив відношення діаметра шпарини до його довжини на величину коефіцієнта демпфування, що дозволяє обґрунтовано проводити розрахунки коефіцієнта для шпарин з відношенням $l/d=2$;

– нормальною роботу насоса можна вважати в тому випадку, якщо амплітуда коливань вала не перевищує 35 % величини діаметрального робочого зазору в цій точці шпаринного ущільнення.

Розроблені наукові положення та отримані в дисертаційній роботі результати дозволяють у подальшому створювати нові математичні моделі системи ротор – шпаринне ущільнення відцентрових насосів і досліджувати робочі процеси високооберткових роторних машин.


Результати впроваджені на ВАТ «Сумський завод «Насосенергомаш», НВП «Насостехкомплект» та у навчальний процес кафедри прикладної гідроаеромеханіки СумДУ.

ДОДАТОК А

**Акти впровадження в виробництво та навчальний процес результатів
дисертаційної роботи**

ЗАТВЕРДЖУЮ

Головний інженер
АТ «Сумський завод
«Насосенергомаш»

 В.О. Кушко

АКТ

Впровадження матеріалів дисертаційної роботи
на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук
асистента кафедри прикладної гідроаеромеханіки
Сумського державного університету

Зубахіна Олексія Миколайовича

Даний акт складений про те, що матеріали дисертаційної роботи Зубахіна О.М., які стосуються методики розрахунків динамічних характеристик роторів відцентрових насосів з урахуванням гідродинамічних зусиль в шпаринних ущільненнях, впроваджені в розрахункову практику при проектуванні відцентрових насосів.

Директор НТЦ

АТ «Сумський завод
«Насосенергомаш»



А.А. Руденко

ЗАТВЕРДЖУЮ

Перший заступник директора
ТОВ «НПІ «Насостехкомплект»
Поклац О.В.



30.12.2010р.

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

матеріалів дисертаційної роботи на здобуття
вченого ступеня кандидата технічних наук
асистента кафедри прикладної гідроаеромеханіки
Сумського державного університету
Зубахіна Олексія Миколайовича

Даний акт складений про те, що матеріали дисертаційної роботи Зубахіна О.М., які стосуються методики розрахунків динамічних характеристик роторів відцентрових насосів з урахуванням гідродинамічних зусиль в шпаринних ущільненнях, застосовані при проектуванні високооберткових відцентрових насосів НТК-БПТН 580/600-185/7, НТК-ЦНС 25-2000 та НТК-ЦНС 10-2000 з суміщеними опорно-ущільнюючими вузлами. Запропонована автором методика дозволила оптимізувати конструкцію та підвищити технічний рівень насосних агрегатів за рахунок збільшення частоти обертання ротору.

Головний інженер

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Sivolap S.I.', is written over the printed name.

Сиволап Є.І.

ЗАТВЕРДЖУЮ
Директор
ТОВ «Харківмаш»

Олександр В.В.



«27» жовтня 2010 р.

АКТ

Впровадження матеріалів дисертаційної роботи
на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук
асистента кафедри прикладної гідроаеромеханіки
Сумського державного університету
Зубахіна Олексія Миколайовича

Даним актом засвідчується, методика розрахунків
радіальних демпфуючих сил у внутрішніх шпаринних
ущільненнях відцентрових насосів, що міститься в
дисертаційній роботі Зубахіна О.М., застосована при
проектуванні відцентрового насосного агрегату типу
НК200/370.

Застосування методики дозволило поліпшити
масогабаритні показники насосу.

Начальник відділу НР

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'K.V. Tovstuxa'.

Товстуха К.В.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор Сумського державного
університету, професор

Васильєв А.В.

« 10 » 12 .2010 р.

А К Т

впровадження матеріалів кандидатської дисертації “Використання гідродинамічних ефектів у шпаринних ущільненнях для підвищення технічного рівня відцентрових насосів” Зубахіна Олексія Миколайовича в навчальний процес кафедри прикладної гідроаеромеханіки Сумського державного університету

Даним актом засвідчується, що результати дисертаційної роботи Зубахіна О.М. впроваджені в навчальний процес кафедри прикладної гідроаеромеханіки, а саме при виконанні курсових та дипломних проектів та при викладанні дисципліни «Вібраційна надійність роторних машин» для студентів спеціальності 7.(8.)090209 «Гідравлічні та пневматичні машини».

Завідувач кафедри прикладної
гідроаеромеханіки, проф., к.т.н.



А.О. Євтушенко

Декан факультету технічних
систем та енергоефективних

● технологій, к.т.н.



О.Г. Гусак

ЛІТЕРАТУРА

1. Alexander C.R. Yang theory versus Experiment for the Rotordynamic Characteristics of a Smooth Annular Gas Seal at Eccentric Position / C.R. Alexander, D.W. Childs. // J. of Mechanical Engineering Science. - 1989. - Vol. 8, № 3. - P.123-131.
2. Baskharone E.A Moment Coefficients of Incompressible Flow Seals with Conically Whirling Rotors / E.A. Baskharone, S.J. Hensel // Int. J. of Mechanical Engineering Science. - 1991. - Vol. 133, № 2. - P.151-167.
3. Benckert H. Stromugsbedsngte Querkrofte in Labyrinthichtungen / H. Benckert // "MTZ". - 1982. - 43, № 1. - P.11-19.
4. Black H.F. Effects of Hydraulic Forces in Annular Pressure Seals on the Vibrations of Centrifugal Pump Rotors / H.F. Black // J. of Mechanical Engineering Science. - 1969. - Vol. 11, № 2. - P.206-213.
5. Black H.F. Inlet Flow Swirl in Short Turbulent Annular Seal Dynamics / H.F. Black, P.E. Allaire, L.E. Barrett // 9th Int. Conf. in Fluid Sealing, BHRA Fluid Engineering, Leeuwenhorst, The Netherlands. - Apr, 1981 - P.182-189.
6. Black H.F. Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Controlled Leakage Seals./ H.F. Black - P.I.M.E., 1970. - P.92-100
7. Black H.F. Leakage and Hibrid Bearing Properties of Serrated Seals in Centrifugal Pumps/ H.F. Black, E.A. Cochrane: 6th Int. Conf. on Fluid Sealing. - Munich: GFR, 1973. - Paper G5. - P.61-72
8. Black H.F., Effects of High Pressure Ring Seals on Pump Rotor Vibrations / H.F. Black, D.N. Jenssen; ASME Papes. - Wa/Fe. - P.71. - 38
9. Chen W.C. Eccentricity and Misalignment Effects on the Performance of High-Pressure Annular Seals / W.C. Chen, E.D. Jackson // ASLE Transactions, 28. - 1984. - P.104-110.

10. Chen W.C. Eccentricity and Misalignment Effects on the Performance of High / W.C. Chen, E.D. Jackson // Pressure Annular Seals ASLE Trans. - 1985. - Vol. 28, 1. - P.104-110.
11. Childs D.W Estimation of Seal Bearing Stiffness and Damping Parameters from Experimental Data. / D.W. Childs, D.I. Dresden // 2nd Int. Conf. Vibr. in Rotating Machinery. – 1980 - P.92-103.
12. Childs D.W. Analysis and Testing for Rotordynamic Coefficients of Turbulent Annular Seals with Different, Directionally -Homogeneous Surface - Roughness Treatment for Rotor and Stator Elements. / D.W. Childs, C.H. Kim // ASME J. of Tribology. - July, 1985. - Vol. 107. - P.296-306.
13. Childs D.W. Convergent Tapered Annular Seals: Analysis and Testing for Rotordynamic Coefficients / D.W. Childs, J.B. Dressman // ASME J. of Tribology. - July, 1985. - Vol. 107. - P.307-317.
14. Childs D.W. Dynamic Analysis of Turbulent Annular Seals Based On Hirs Lubrication Equation / D.W. Childs // Trans. ASME: J. Lubr. Tech. - 1983. - 105, № 3. - P.429-436.
15. Childs D.W. Finite-Length solutions for the rotordynamic coefficients of constant clearance and convergent tapered annular seals. / D.W. Childs // 3rd Int. Conf. Vibr. in Rotating Machinery. - London, 1984 - P.221-226.
16. Childs D.W. Rotordynamic Moment Coefficients for Finite-Length Turbulent Seals / D.W. Childs // Energy Electr. - 1982. - Vol.59. - P.371-378.
17. Childs D.W. Rotordynamic Moment Coefficients for Finite-Length Turbulent Seals / D.W. Childs // Energy Electr. - 1982. - Vol. 59. - P.371-378.
18. Childs D.W. Test Results for Round-Hole-Pattern Damper Seal: Optimum Configurations and Dimensions for Maximum Net Damping. / D.W. Childs, C.H. Kim // ASME J. of Tribology. - October, 1986. - Vol. 108. - P.605-611.

19. Childs D.W. Test Results for Sawtooth-Pattern Damper Seals: Leakage and Rotordynamic Coefficients. / D.W. Childs, F. Garsia // ASME J. of Tribology. - January, 1987. - Vol. 109. - P.124-128.
20. Childs D.W. Vibration Characteristics of the HPOTP of the SSME. / D.W. Childs, D.S. Moyef // ASME J of Engineering for Gas Turbines and Power. - Jan. 1985. - Vol. 107. - P.152-159.
21. Dietzen F.J. Calculating Rotordynamic Coefficients of Seals by Finite-Difference Techniques. / F.J. Dietzen, R. Nordmann // ASME J. of Tribology. - July, 1987. - Vol. 109. - P.388-393.
22. Falco M. Effects of Seals on Rotordynamics / M. Falco, G. Mimmi, G. Marenco. - Tokyo, Sept. 14-17, 1986 - P.104-105.
23. Falco M. Plain Seal dynamic behaviour-experimental and analytical results. / M. Falco, G. Mimmi // 3rd Int. Conf. Vibr. in Rotating Machinery. - London, 1984- P.123-129.
24. Gerald L. Morrison Comparison of the Flow Inside Whirling and Non-Whirling Smooth Annular Seals at 50% Eccentricity / Gerald L. Morrison, Mark C. Johnson, H. Davis Thames III // International Journal of Rotating Machinery. - 8(2). – 2002 - P.75-84.
25. Gopalakrishan S. How to calculate speed in centrifugal pumps / S. Gopalakrishan, R. Fehlan, J. Loret // Oil and Gas: Journal. - 1981. - Vol. 79, № 49. - P.113-119.
26. Habler P. Radialkräfte in Dichtspalten Hydraulischer Masehinen / P. Habler // Dissertation der Fakultät für Maschinenbau an der Technischen Universitat. - Graz, 1982 - P.104-110.
27. Halligan B.D. The Development of a Flexible Bushing Seal for Rotating Shafts / B.D. Halligan // Tribol. Int. - 1986. - Vol. 19, № 4. - P.175-180.

28. Hashimoto H Effects of Fluid Inertia Forces on the Dynamic Behavior of Short Journal Bearings in Superlaminar Flow Regimes / H. Hashimoto, S. Wada, M. Sumitomo // ASME, J. of Tribology. - 1988. - Vol 110. - P.137-146.
29. Hashimoto H. Effects of Fluid Inertia Forces on the Dynamic Behavior of Short Journal Bearing in Superlaminar Flow Regimes / H. Hashimoto, S. Wada, M. Sumitomo // Journal of Tribology, 110. - 1988. - P.539-547.
30. Hirs G.G. A Bulk-Flow Theory for Turbulent Film Flow. / G.G. Hirs // ASME J. of Lubr. Techn. - April, 1973. - P.137-145.
31. Kaneko S. Static and dynamic characteristics of annular plan seal / S. Kaneko, Y. Hori // 3rd Int. Conf.Vibr. in rotating Machinery. - London, 1984 - P.53-60.
32. Kanemory Y. Experimental Study of Dynamical Characteristics of Annular Seal / Y. Kanemory, T. Iwatsubo // JSME International Journal. - 1989. - Series II, 32. - P.218-224.
33. Kanki H. Experimental study on the dynamic Characteristics of pump annular seals / H. Kanki., T. Kawakami // 3rd Int. Conf. Vibr. in Rotating Machinery. - London, 1984 - P.142-147.
34. Kim C.H. Analysis for Rotordynamic Coefficients of Helically-Crooved Turbulent Annular Seals / C.H. Kim, D.W. Childs // ASME J. of Tribology. - January, 1987. - Vol. 109. - P.136-143.
35. Launder B.E. Flow in Finite Width, Thrust Bearings Including Inertial Effects, I-Laminar Flow, II-Turbulent Flow / B.E. Launder, M. Leschziner // ASME Journal of Lubrication Technology. - 1978. - Vol.100. - P.330-345.
36. Lino T. Forces Caused by Annular Pressure Seals in Centrifugal Pumps, Proceedings of the 1st Workshop on RotorDynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery / T. Lino, H. Kaneko; Texas A&M University. - May 12-14, 1980.: NASA CP 2133 - P.111-113.

37. Lucas V. Roughness influence on Turbulent Flow Through Annular Seals / V. Lucas, S. Danaila, O. Bonneau, J. Frene // ASME, Journal of Tribology. - 1994. - Vol. 116. - P.321-329.
38. Marcinkowsky W. A. Dynamica wirnika w uszczelnieniach szczekinowych / . A. Marcinkowsky, J. Tarasewicz, C. Kundera // Вісник технологічного університету Поділля, Ч. 1, Т.2, Технічні наук. - 2003. - №6. - P.205-209.
39. Marcinkowsky W.A. Dynamica wirnika w uszczelnieniach szczekinowych / W. A. Marcinkowsky, J. Tarasewicz, C. Kundera // Вісник технологічного університету Поділля: Ч. 1, Т.2, Технічні науки. - 2003. - № 6. - P.205-209.
40. Nelson C.C. Comparison of Hirs' Equation with Moody's Equation for Determining Rotordynamic Coefficients of Annular Pressure Seals. / C.C. Nelson, D.T. Nguyen // ASME J. of Tribology. - January, 1987. - Vol. 109. - P.144-148.
41. Nelson C.C. Theory versus experiment for the rotordynamic coefficients of annular gas seals: part 2-constant-clearance and convergent-tapered geometry// Trans / C.C. Nelson, D.W. Childs, C. Nicks, D. Elrod // ASME: J. of Tribology. - 1986. - 108, № 3. - P.433-438.
42. Nordmann R. Identification of stiffness and damping coefficients of journal bearing by means of the impact method / R. Nordmann, K. Schollhorn // 2nd Int. Conf. Vibr. in Rotating Machinery. - London, 1984. - P.231-238.
43. Nordmann R. Identification of stiffness, damping and mass coefficients for annular seals / R. Nordmann, H. Massman // 3rd Int. Conf. Vibr. in Rotating Machinery. - London, 1984 - P.162-169.
44. San Andres Analysis of Variable Fluid Properties, Turbulent Annular Seals / San Andres // ASME, J. of Tribology. - Oct, 1991. - Vol. 113. - P.694-702.

45. San Andres L. Dynamic Force and Moment Coefficients for Short Length Annular Seals / L. San Andres // Journal of Tribology. - 1993. - Vol. 115, № 1. - P.61-70.
46. San Andres L. Effect of Shaft Misalignment on the Dynamic Force Response of Annular Pressure Seals / L. San Andres // STLE Transactions, Preprint 92-AM-8B-1 - P.304-309.
47. Simon F Static and Dynamic Characteristics of Turbulent Annular Eccentric Seals: Effect of Convergent-Tapered Geometry and Variable Fluid Properties / F. Simon, J. Frene // ASME, J. of Tribology. - 1989. - Vol. 111, № 2. - P.378-385.
48. Simon F. Rotordynamic Coefficients for Turbulent Annular Misaligned Seals / F. Simon, J. Frene // Third International Symposium of Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery. - Hawaii, USA, 1990. - P.289-304.
49. Simon F. Static and Dynamic Characteristics of Turbulent Annular Eccentric Seals: Effects of Convergent-Tapered Geometry and Variable Fluid Properties / F. Simon, J. Frene // ASME Journal of Tribology, 111. - 1989. - 378-385.
50. Tao K.M. On Levy's identification, its generalization and applications. / R.M. Tao, P. Zunde // Int. J. Systems Sci. - 1981. - Vol. 12, № 11. - P.1317-1334.
51. Tichy J.A. Effects of Fluid Inertia and Viscoelasticity on Squeeze / J.A. Tichy // Film Bearing Forces. - 1982. - Vol. 25, № 1. - P.125-132.
52. Агафонов В.А. Исследование колебаний роторов на масляной пленке методом динамических жесткостей в кн.: Колебания валов на масляной пленке. / В.А. Агафонов. - М.: Наука, 1968. - С.77-79.
53. Андренко П.М. Дослідження впливу частоти обертання валу на витрату рідини в кільцевій щілині / П.М. Андренко, В.В. Клітної, В.М. Макухін //Вісник НТУ “ХПІ”. - Харків: НТУ “ХПІ”, 2008. – №23. - С.92 – 97.

54. Андренко П.Н. Математическое моделирование течения вязкой жидкости в дросселирующем канале золотникового гидравлического аппарата / П.Н. Андренко, В.В. Клитной, В.А. Новгородцев, В.В. Клитной // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. - 2002. - № 10 (56). - С.40 – 50.
55. Афифи А. Статистический анализ: Подход с использованием ЭВМ: Пер. с англ / А. Афифи, С. Эйхен. - М.: Мир, 1982. - 488с.
56. Бабаков И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков. - М.: Наука, 1968. - 560с.
57. Байбиков А.С. Гидродинамика вспомогательных трактов лопастных машин / А.С. Байбиков, В.К. Караханьян. - М.: Машиностроение, 1982. - 112с.
58. Байбиков А.С. Гидродинамические характеристики щелевых уплотнений роторов турбомашин / А.С. Байбиков. - Вестник машиностроения, 1974. - № 9. - С.19-21.
59. Беда И.Н. Влияние нестационарности осевого течения жидкости на величину радиальной силы в щелевом уплотнении / И.Н. Беда // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 1990. - № 2. - С.44-49.
60. Беда И.Н. Разработка уточненной модели и исследование динамических характеристик системы ротор-щелевые уплотнения: Дис. канд. техн. наук: 01.02.06. / И.Н. Беда. - Москва, 1992. - 192с.
61. Бедчер В.С. Определение критического числа оборотов ротора насоса с учетом сил, возникающих в уплотнениях / Бедчер В.С., Ломакин А.А. // Паро- и газотурбостроение. - 1957. - Вып. 5. - С.249-269.
62. Белоусов А.И. Гидравлическое сопротивление кольцевых щелей с подвижной внутренней стенкой при турбулентном режиме течения жидкости / А.И. Белоусов, В.П. Ржевский, Ю.А. Равикович //

- Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин. - Харьков: ХАИ, 1976. - вып. 3. - С.53-61.
63. Белоусов А.И. Определение осевого расхода жидкости при вращении вала. / А.И. Белоусов // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. - 1964. - № 3. - С.106-109.
64. Белоусов А.И. Теоретические основы расчета течения рабочей жидкости в щелевых уплотнениях при турбулентном режиме / А.И. Белоусов, В.П. Ржевский // Проектирование и доводка авиационных ГТД. - Куйбышев: КУАИ, 1983. - С.66-78.
65. Богомолов С.И. Взаимосвязанные колебания в турбомашинах и газотурбинных двигателях. / С.И. Богомолов, А.М. Журавлева. - Харьков: «Вища школа», 1972. - 176с.
66. Будник А.Н. Экспериментальное исследование демпфирования в роторе с щелевым уплотнением / А.Н. Будник, В.И. Симоновский, Л.С. Кафтарян // Химическое и нефтяное машиностроение. - 1983. - № 2. - С.8-10.
67. Будник А.Н. Экспериментальное исследование и оценивание динамических коэффициентов ротора с щелевыми уплотнениями. / А.Н. Будник, В.И. Симоновский: Экспресс-информация. - ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ, 1982. - № 4-82. - 8с.
68. Бургвиц А.Г. Устойчивость движения валов в подшипниках жидкостного терния. / А.Г. Бургвиц, Г.А. Завьялов. - М.: Машиностроение, 1964. - 148с.
69. Гантер Е. Метод быстрого расчета на мини-ЭВМ собственных значений с учетом демпфирования для газовой турбины. / Е. Гантер, Р. Хамфрис, Х. Шпрингер // Теория. Тр. Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Конструирование и технология машиностроения. - 1984. - № 2. - С.66-80.
70. Голубева А.Н. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник / А.Н. Голубева, Л.А. Кондакова. - М.: Машиностроение, 1986. - 464с.

71. Гордон Е.Я. Динамика системы «ротор-лабиринтные уплотнения турбины» при воздействии случайных сил трения / Е.Я. Гордон, Г.П. Нерубенко // Труды николаевского ордена трудового красного знамени кораблестроительного института им. адм. С.О. Макарова. - 1973. - Вып. 65. - С.93-99.
72. Гулый А.Н. Разработка экспериментальных и теоретических методов анализа динамических параметров бесконтактных уплотнений: Дис. канд. техн. наук: 01.02.06. / А.Н. Гулый. - Сумы, 1989. - 217с.
73. Гулый А.Н. Автоматизированный экспериментальный стенд для исследования системы "ротор-кольцо" / А.Н. Гулый, Е.Н. Савченко, Т.М. Кушнир // Тезисы докладов к IV Всесоюзному совещанию по уплотнительной технике. - Сумы, 1985. - С.110.
74. Гулый А.Н. Гидродинамическая жесткость бесконтактных уплотнений / А.Н. Гулый // Вестник машиностроения. - 1987. - С.21-25.
75. Гулый А.Н. Идентификация гидродинамических параметров лабиринтных уплотнений / А.Н. Гулый, С.К. Пестун, В.В. Усенко // Тезисы докладов к VII Всесоюзной конференции "Повышение технического уровня, надежности и долговечности компрессоров и компрессорных установок". - Казань, 1985. - С.309-310.
76. Гулый А.Н. Оценивание радиальных гидродинамических сил в лабиринтных уплотнениях турбонасосных агрегатов / А.Н. Гулый, В.А. Марцинковский // Тезисы докладов к XXI Всесоюзному научному совещанию по проблемам прочности двигателей. - Москва, 1986. - С.51.
77. Гулый А.Н. Повышение вибронадежности быстроходных центробежных машин за счет гидро- и газодинамических эффектов в уплотнениях. / А.Н. Гулый, В.П. Беликов // Тезисы докладов III Всесоюзного совещания

- "Повышение эффективности и надежности машин и аппаратов в основной химии". - Сумы, 1986. - С.67.
78. Гулый А.Н. Теоретические и экспериментальные исследования динамических параметров бесконтактных уплотнений / А.Н. Гулый, И.В. Боровик // Тезисы докладов к V Всесоюзному научно-техническому совещанию по уплотнительной технике. - Сумы, 1988. - С.73.
79. Гуров А.Ф. Расчеты на прочность и колебания в ракетных двигателях. / А.Ф. Гуров. - М.: Машиностроение, 1966. - 456с.
80. Доншанский В.К. Расчет колебаний упругих систем на электронных вычислительных машинах. / В.К. Доншанский. - М.: Машиностроение, 1965. - 368с.
81. Дроздович В.Н. Газодинамические подшипники / В.Н. Дроздович. - Л.: Машиностроение, 1976. – С.39-41.
82. Ермаков И.В. Курс статистического моделирования / И.В. Ермаков, Г.А. Михайлов. - М.: Наука, 1982. - 296с.
83. Єлін О.В. Чисельне моделювання течії в малогабаритному насосному ступені шнекового типу / О.В. Єлін, І.П. Каплун, О.М. Кочевський, О.Є. Щеляєв // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – 2007. - №3 (109). – Ч. 1. – С. 174 – 180.
84. Зимницкий В.А. Протечки через зазор между неподвижным и вращающимся цилиндрами / В.А. Зимницкий // Труды ЛПИ им. М.И. Калинина. - Ленинград, 1968. - № 297. - С.56-62.
85. Зубахин А. Н. Влияние геометрических параметров на радиальные гидродинамические силы в щелевых уплотнениях центробежных насосов / А. Н. Зубахин // Вестник НТУУ "КПИ". Машиностроение. - К: НТУУ "КПИ", 2008. – № 54 – С.274-278.

86. Зубахин А. Н. Восстановление скоростного напора на выходе щелевых уплотнений как фактор дестабилизаций роторов центробежных насосов / А. Н. Зубахин, А. Н. Гулий, О. Е. Щеляев // Вісник Східноукраїнського національного університету. – 2007. – № 3 : Ч. 1 – С. 101-105.
87. Зубахин А. Н. Динамические характеристики роторов центробежных насосов с комбинированными опорно-уплотнительными узлами / А. Н. Гулий, А. Н. Зубахин // Промислова гідравліка і пневматика. – 2008. – № 2 (20). - С.48-51.
88. Зубахин А. Н. Конструкции и анализ динамических характеристик роторов шахтных турбонасосных агрегатов повышенной производительности с комбинированными опорно-уплотнительными узлами / А. Н. Гулий, А. Н. Зубахин // Проблемы машиностроения. – 2007. – Т. 10, № 1. – С. 34 - 36.
89. Зубахин А. Н. Совершенствование конструкций центробежных насосов, основанное на использовании демпфирующих эффектов щелевых уплотнений проточных частей / А. Н. Гулий, А. Н. Зубахин // Промислова гідравліка і пневматика. – 2010. – № 1 (27). - С.65-67.
90. Зубахин А. Н. Численный расчет демпфирующих сил в радиальной щели уплотнений лопастных гидромашин / А. Н. Зубахин // Промислова гідравліка і пневматика. – 2010. – № 2 (27). – С. 53-56.
91. Кальменс В.Я. Исследование автоколебаний гибкого ротора на подшипниках скольжения. / В.Я. Кальменс // Колебания валов на масляной пленке. - М.: Наука, 1968. - С.48-60.
92. Камал М.М. Уплотнение с высоким давлением в зазоре / М.М. Камал // Тр. Амер. о-ва. инж.-мех: Сер. Проблемы трения и смазки. - 1968. - № 2. - С.111-116.

93. Капица П.Л. Устойчивость и переход через критические обороты быстровращающихся роторов при наличии трения / П.Л. Капица // Журнал технической физики . - 1939. - Т. IX вып. 2. - С.124-147.
94. Каринцев И.Б. О влиянии щелевых уплотнений на вибрационное состояние роторов центробежных насосов / И.Б. Каринцев, З.П. Помогайбо // Респ. межвед. науч.-техн. сб. - Харьков, 1975. - Вып. 22. - С.101-106.
95. Каринцев И.Б. О демпфирующей способности щелевых уплотнений гидромашин при ламинарном режиме течения / И.Б. Каринцев, З.П. Помогайбо // Динамика и прочность машин. Респ. межвед. науч.-техн. сб. - Харьков, 1977. - Вып. 26. - С.81-84.
96. Каринцев И.Б. О турбулентном течении жидкости в кольцевых щелях с учетом потерь давления на входном участке / И.Б. Каринцев // Гидравлические машины. Респ. межвед. научн.-техн. сб. - Харьков, 1979. - Вып. 13. - С.19-24.
97. Кельзон А.С. Переход вертикального ротора, вращающегося в подшипниках скольжения, через зону автоколебаний / А.С. Кельзон, В.И. Яковлев // Изв. Вузов; Сер. Радиофизика. - 1971. - Т. 14. - № 7. - С.1066-1077 и др.
98. Кельзон А.С. Динамика роторов в упругих опорах / А.С. Кельзон, Ю.П. Циманский, В.И. Яковлев. - М.: Наука, 1982. - 280с.
99. Кибец Ю.А. Разработка методов расчета деформируемых щелевых уплотнений турбонасосных агрегатов: Дис. канд. техн. наук: 01.02.06 / Ю.А. Кибец. - Харьков, 1988. - 253с.
100. Климов Е.Н. Идентификация и диагностика судовых технических систем / Е.Н. Климов, С.А. Попов, В.В. Сахаров. - Ленинград: Судостроение, 1978.

101. Константинеску В.Н. О влиянии инерционных сил в турбулентных и ламинарных самогенирирующихся пленках / В.Н. Константинеску // Проблемы трения и смазки. - 1970. - № 3. - С.101-111.
102. Кочевский А.Н. Современный подход к моделированию и расчеты течений жидкости в лопастных гидромашинах / А.Н. Кочевский, В.Г. Неня // Вісник СумДУ – Суми : СумДУ, 2003. – №13 (59). – С. 195 - 210. – (Технічні науки).
103. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 3-е издание / Л.Г. Лойцянский. - М.: Наука, 1970. - 904с.
104. Ломакин А.А. Питательные насосы типа СВП-20-280 турбоустановки сверхвысоких параметров / А.А. Ломакин // Энергомашиностроение. - 1955. - № 2. - С.1-10.
105. Ломакин А.А. Питательные насосы СВП-220-280 турбоустановки сверхвысоких параметров / А.А. Ломакин // Энергомашиностроение. - 1955. - № 2. - С.1-10.
106. Ломакин А.А. Расчет критического числа оборотов и условия обеспечения динамической устойчивости роторов высоконапорных гидравлических машин с учетом сил, возникающих в уплотнениях / А.А. Ломакин // Энергомашиностроение. - 1958. - № 4.: 1-5.
107. Мальер Ф.Р. Испытание уплотнений с изнашиваемыми кольцами для быстроходных турбонасосов высокого давления / Ф.Р. Мальер // Тр. Амер. Общ-ва инж.-мех./ Сер. Проблемы трения и смазки. - 1969. - № 3. - С.77-91.
108. Марцинковская Н.И. Расход через кольцевой зазор со случайным эксцентриситетом / Н.И. Марцинковская, В.С. Марцинковский, В.А.Хворост. - 104-106с.

109. Марцинковский В.А. Гидродинамика дросселирующих каналов / В.А. Марцинковский. - Сумы: Из-во Сумского госуниверситета, 2002. - 377с.
110. Марцинковский В.А. Радиально-угловые колебания ротора центробежной машины в щелевых опорах-уплотнениях / В.А. Марцинковский // *Zeszyty naukowe politechniki Swietokrzyskiej. Mechanika*. - Kielce, 1995. - 54. - С.247-259.
111. Марцинковский В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин. / В.А. Марцинковский - М.: Машиностроение, 1980. - 200с.
112. Марцинковский В.А. Насосы атомных электростанций / Марцинковский В.А, Ворона П.Н. - М.: Энергоатомиздат, 1987. - 288с.
113. Марцинковский В.А. Гидродинамика и прочность центробежных насосов / В.А. Марцинковский. - М.: Машиностроение, 1970. - 272с.
114. Марцинковский В.А. Гидростатические торцовые уплотнения как системы автоматического регулирования / В.А. Марцинковского, В.Е. Чурилова, А.Н. Гулый // *Диссоциирующие газы как теплоносители рабочие тела энергетических установок. Ч. 1.* - Минск: ИЯЭ АН БССР, 1982. - С.101-110.
115. Марцинковский В.А. Конструкции комбинированных уплотнений, выполняющих роль упруго-демпферных опор / В.А. Марцинковский, В.В. Усенко, И.С. Бережной, А.Н. Гулый // *Тезисы докладов к научно-техническому семинару "Пути повышения эффективности поршневых и центробежных компрессоров высокого давления"*. - Москва, 1981. - С.12-13.
116. Маслов Г.С. Расчеты колебаний валов / Г.С. Маслов. - М.: Машиностроение, 1980. - 151с.

117. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д.Р. Меркин. - М.: Наука, 1987. - 304с.
118. Методика выполнения измерений расхода газов и жидкостей с помощью сужающих устройств: ГОСТ 8.563.2-97. – [действительный от 1999.01.01.]. – М. : Госстандарт России, 1999. – 86 с. – (межгосударственный стандарт).
119. Михайлов А.К. Лопастные насосы. Теория расчет и конструирование / А.К Михайлов, В.В. Малюшенко. - М.: Машиностроение, 1977.: 288.
120. Нельсон Теоретическое и экспериментальное определение динамических коэффициентов кольцевых газовых уплотнений. Часть 2. Уплотнения с постоянным и конусным сужающимся зазорами / Нельсом, Чайльдс, Никс, Элрод // Проблемы трения и смазки. - 1986. - № 3. - С.102-107.
121. Никитин Г.А. Щелевые и лабиринтные уплотнения гидроагрегатов / Г.А. Никитин. - М.: Машиностроение, 1982. - 135с.
122. Николас Влияние остаточной прогиби вала на колебания, вызванные дисбалансом, и на балансировку одномассового гибкого ротора / Николас, Гантер, Аллэр // Конструирование и технология машиностроения. - 1970. - № 3. - С.101-111.
123. ООО “ТЕХРЕЗЕРВ-УКРАИНА”. Прайс лист: [Электронный ресурс] // Режим доступа: kharkov@tchrezerv.ru, www.tchrezerv.ru.
124. Позняк Э.Л. Влияние масляного слоя в подшипниках скольжения на устойчивость и критические скорости высокоскоростных роторов. / Э.Л. Позняк // Колебания валов на малсяной пленке. - М.: Наука, 1968. - С.10-38.
125. Пронников А.С. Надежность машин / А.С. Пронников. - М.: Машиностроение, 1978. - 592с.

126. Ратнер А.В. Эрозия материалов теплоэнергетического оборудования / А.В.Ратнер, В.Г. Зеленский. - М.: Энергия, 1966. - 272с.
127. Савин Л.А. Влияние радиальных бесконтактных уплотнений на колебания и устойчивость роторов на подшипниках скольжения высокоскоростных криогенных турбомашин / Л.А. Савин, О.В. Соломин, Д.Е. Устинов // Праці 10-ї Міжнародної науково-технічної конференції «Герметичність, вібронадійність та екологічна безпека насосного і компресорного обладнання» - «ГЕРВІКОН-2002». - Суми: Вид-во СумДУ, 2002. - Т. 3. - С.262-273.
128. Светлицкий В.А. Случайные колебания механических систем / В.А. Светлицкий. - М.: Машиностроение, 1976. - 216с.
129. Симоновский В.И. О взаимосвязи между собственными частотами и устойчивостью роторов центробежных машин / В.И. Симоновский, И.Н. Беда // Изв. вузов. Сер. Энергетика. - 1987. - № 6. - С.105-108.
130. Симоновский В.И. О целесообразности учета податливости корпусов при расчете критических частот вращения роторных систем некоторых центробежных насосов / В.И. Симоновский, А.Н. Будник // Сб. научн. Трудов ВНИИгидромаш. - М., 1979. - С.99-108.
131. Симоновский В.И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин. / В.И. Симоновский. – Харьков: изд. ХГУ Вища школа, 1986. – 128с.
132. Симоновский В.И. К расчету гидродинамических сил в относительно длинных щелевых уплотнениях / В.И. Симоновский // Известия высших учебных заведений. Энергетика. - 1983. - № 8. - С.117-119.
133. Тарасевич Ю.Я. «Вероятностные характеристики расхода через щелевое уплотнение», Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2005, № 4 – С.70-73.

134. Тарасевич Ю. Я. Розробка методів розрахунку вібраційного стану роторів в шпаринних ущільненнях : Автореферат / Ю. Я. Тарасевич. – Харьков : Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", 2006. – 20 с.
135. Туркин А.Н. К расчету расхода через щелевое уплотнение вращающегося вала // Энергомашиностроение. - 1977. - № 6. - С.22-25.
136. Усенко В.В. Разработка концевых уплотнений ротора турбопитательного насоса для АЭС / В.В. Усенко, А.Н. Гулый, П.Н. Ворона, А.И. Дегтяренко // Тезисы Докладов к III Всесоюзному научно-техническому совещанию по уплотнительной технике. - Сумы, 1982. - С.97-98.
137. Фритцен Идентификация матриц массы, демпфирования и жесткости механических систем / Фритцен // Конструирование и технология машиностроения. - 1986. - № 1. - С.1-14.
138. Хворост В.А. Исследования вынужденных колебаний валопроводов газоперекачивающих агрегатов / В.А. Хворост, С.В. Прядко // Тезисы докладов к 7 Всес. научн.-техн. конф. «Создание компрессорных машин и установок, обеспечивающих интенсивное развитие отраслей топливно-энергетического комплекса». - Сумы, 1989. - С.120-121.
139. Чайлдс Д.В. Теоретическое и экспериментальное определение динамических коэффициентов кольцевых газовых уплотнений. Часть 1. Испытательные стенды и аппаратура. / Чайлдс, Нельсон, Никс, Шеррер, Элрод, Хейл. - Проблемы Трения и смазки, 1986. - №3. - 95-102с.
140. Чалдс Д.В. Динамическая устойчивость ротора насоса горючего основной двигательной установки многоразового космического корабля / Д.В. Чалдс // Труды Американского общества инженеров-механиков. Энергетические машины и установки. - 1978. - Т.100. №1. - С.52-64.

141. Чурилова В.Е. Расчет характеристик кольцевого канала с ступеньчатым изменением зазора / В.Е. Чурилова - Гидравлические машины, 1981. - Вып. 15. - 45-51с.
142. Шалыгин А.С. Прикладные методы статистического моделирования. / А.С. Шалыгин, Ю.И. Палагин. - Л.: Машиностроение, 1986. - 320с.
143. Шийко А.Н. Разработка метода расчета и анализ динамических характеристик роторов центробежных насосов с системами авторазгрузки осевых сил: Дис. канд. техн. наук: 01.02.06 / А.Н. Шийко. - Сумы, 1988. – 238 с.
144. Эйкхофф П. Основы идеентификации управления / П. Эйкхофф. - М.: Мир, 1975. - 683с.
145. Яковлев А.І. Соціально-економічна ефективність за умов ринку: навч. посібник / А.І. Яковлев. – К.: ІСДО, 1994. – 228 с.
146. Ямпольский И.Д. Экспериментальное определение коэффициентов жесткости и демпфирования масляной пленки в подшипниках скольжения / И.Д. Ямпольский, В.Р. Делятицкий, М.Г. Сидоренко // Машиноведение. - 1975. - № 5. - С.28-30.